

dr inż. Dariusz Pazderski
Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów
Wydział Informatyki
Politechnika Poznańska
ul. Piotrowo 3a
60-965 Poznań

Poznań, dnia 7.06.2016r.

Autoreferat

1. Imię i nazwisko

Dariusz Dawid Pazderski

2. Posiadane dyplomy i stopnie naukowe/ artystyczne z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania, tytułu rozprawy doktorskiej i nazwisk osób, które pełniły funkcje promotora i recenzentów

- Doktor nauk technicznych w dyscyplinie Automatyka i Robotyka (specjalizacja: Robotyka).
 - Tytuł rozprawy: *Zastosowanie oscylatora kinematycznego do sterowania pewną klasą układów nieholonomicznych*
 - Miejsce i czas obrony: Wydział Informatyki i Zarządzania Politechniki Poznańskiej, 2007 r.
 - Promotor: prof. dr hab. inż. Krzysztof Kozłowski
 - Recenzenci: prof. dr hab. Edward Jezierski, dr hab. inż. Przemysław Herman
 - Inne: praca uzyskała wyróżnienie
- Magister inżynier w dyscyplinie Automatyka i Robotyka (specjalizacja: Robotyka).
 - Tytuł pracy: *Zastosowanie kontrolera MSP430 w wybranych urządzeniach pomiarowych*
 - Miejsce i czas obrony: Wydział Elektryczny Politechniki Poznańskiej, 2002 r.
 - Promotor: dr inż. Piotr Dutkiewicz.

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

- 2007-obecnie: adiunkt w Katedrze Sterowania i Inżynierii Systemów na Wydziale Informatyki (do 2010 r. na Wydziale Informatyki i Zarządzania) Politechniki Poznańskiej
- 2006-2007: asystent w Katedrze Sterowania i Inżynierii Systemów na Wydziale Informatyki i Zarządzania Politechniki Poznańskiej
- 2002-2005: pracownik techniczny i doktorant w Instytucie Sterowania i Inżynierii Systemów na Wydziale Informatyki i Zarządzania Politechniki Poznańskiej

4. Wskazanie osiągnięcia naukowego, uzyskanego po otrzymaniu stopnia doktora, stanowiącego znaczny wkład w rozwój dyscypliny Automatyka i Robotyka, o którym mowa w art. 16 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki.

a) tytuł osiągnięcia naukowego

Jednotematyczny cykl publikacji:

Nieróżniczkowalne i gładkie techniki sterowania ruchem układów nieholonomicznych w robotyce

b) Wykaz prac naukowych, dokumentujących osiągnięcia naukowe, stanowiące podstawę ubiegania się o stopień doktora habilitowanego

- [A1] D. Pazderski, Waypoint following for differentially driven wheeled robots with limited velocity perturbations. Asymptotic and practical stabilization using transverse function approach, J. Intell. Robot. Syst., 2016 (praca zaakceptowana DOI: 10.1007/s10846-016-0391-7), (IF=1,178⁽²⁰¹⁴⁾, 25p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)
- [A2] D. Pazderski, Application of transverse functions to control differentially driven wheeled robots using velocity fields, Bull. Pol. Ac.: Tech., 2016 (praca zaakceptowana – list potwierdzający w załączniku). (IF=0,914⁽²⁰¹⁴⁾, 20p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)
- [A3] D. Pazderski, K. Kozłowski, T. Gawron: A unified motion control and low level planning algorithm for a skid-steering Robot, IEEE Emerging Technologies and Factory Automation 2015, Luksemburg, s. 1-8 (Konferencja międzynarodowa IEEE notowana przez WoS)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: opracowaniu algorytmu sterowania robotem wykorzystującego gładkie sprzężenie zwrotne i przeprowadzeniu dowodu stabilności, opracowaniu algorytmu planowania segmentów między punktami, implementacji praktycznej algorytmu sterowania i planowania trajektorii w środowisku KSIS framework, zaprojektowaniu i wykonaniu badań eksperymentalnych, przygotowaniu wykresów przedstawiających wyniki eksperymentalne, samodzielnym przygotowaniu pierwszej wersji tekstu artykułu oraz ilustracji.

Mój udział szacuję na: 70%.

- [A4] D. Pazderski, K. Kozłowski: Motion control of a skid-steering robot using transverse function approach – experimental evaluation, 10th International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo), Poznań, 2015, s. 72-77.

(Konferencja międzynarodowa IEEE notowana przez WoS)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: opracowaniu algorytmu sterowania robotem wykorzystującego funkcje transwersalne i jego integrację z algorytmem planowania segmentów między punktami przejazdowymi, opracowaniu algorytmu planowania segmentów między punktami, implementacji praktycznej algorytmu sterowania i planowania trajektorii w środowisku KSIS framework, zaprojektowaniu i wykonaniu badań eksperymentalnych, współudziale w pisaniu tekstu pracy.

Mój udział szacuję na: 75%.

- [A5] D. Pazderski, K. Kozłowski. Control of a planar robot in the flight phase using transverse function approach. Bull. Pol. Ac.: Tech., 63(3):759–770, 2015.

(IF=0,914⁽²⁰¹⁴⁾, 20p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: opisanie modelu robota w fazie lotu na grupie Liego, zdefiniowaniu funkcji transwersalnej, implementacji algorytmu sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych, opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu oraz przygotowaniu odpowiedzi na recenzje.

Mój udział szacuję na: 75%.

- [A6] D. Pazderski, D.K. Waśkowicz, K. Kozłowski. Motion control of vehicles with trailers using transverse function approach. J. Intell. Robotic Syst., 77(3-4):457–479, 2015.

(IF=1,178⁽²⁰¹⁴⁾, 25p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: zdefiniowaniu koncepcji optymalizacji funkcji transwersalnych dla wielowymiarowego procesu sterowania, przygotowaniu teoretycznego opisu toru otwartego z uwzględnieniem norm macierzowych, zdefiniowaniu algorytmu optymalizacji i kryteriów optymalizacji parametrów funkcji transwersalnej, implementacji algorytmu sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych (analiza przypadków deterministycznych i zaburzonych), opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu oraz przygotowaniu odpowiedzi na recenzje.

Mój udział szacuję na: 70%.

- [A7] D. Pazderski, K. Kozłowski, D.K. Waśkowicz. Control of a unicycle-like robot with trailers using transverse function approach. Bull. Pol. Ac.: Tech., 60(3):537–546, 2012.

(IF=0,98⁽²⁰¹²⁾, 30p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: opracowaniu przekształceń konfiguracji w celu uzyskania opisu dynamiki śledzenia trajektorii na grupie Liego, implementacji algorytmu sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych, opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu oraz przygotowaniu odpowiedzi na recenzje.

Mój udział szacuję na: 60%.

- [A8] D. Pazderski, P. Szulczyński, K. Kozłowski: Closed-loop control algorithm for some class of nonholonomic systems using polar representation. Bull. Pol. Ac.: Tech., 60(3):521-535, 2012. (IF=0,98⁽²⁰¹²⁾, 30p.⁽²⁰¹⁵⁾ MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: zdefiniowaniu uogólnionej metody sterowania wykorzystującej reprezentację biegunową, przeprowadzeniu dowodu stabilności, określeniu modelu liniowego i metody strojenia algorytmu, implementacji algorytmu sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych, opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu oraz przygotowaniu odpowiedzi na recenzje.

Mój udział szacuję na: 60%.

- [A9] D. Pazderski, B. Krysiak, K. Kozłowski. A comparison study of discontinuous control algorithms for three-link nonholonomic manipulator. W: Lecture Notes in Control and Inform. Sci., Robot Motion Control: Recent Developments, Vol. 396, s. 35–44. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012.

(rozdział w monografii 5p. MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: określeniu głównego problemu badawczego, podaniu przekształceń konfiguracji kinematyki trzylączkowego manipulatora nieholonomicznego do układu łańcuchowego w dwóch wariantach, modyfikacji sterowników w celu zwiększenia odporności na szum pomiaru, implementacji algorytmów sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych w celu oceny odporności układu zamkniętego, opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu.

Mój udział szacuję na: 65%.

- [A10] P. Dutkiewicz, M. Kiełczewski, K. Kozłowski, D. Pazderski: Vision localization system for mobile robot with velocities and acceleration estimator, Bull. Pol. Ac.: Tech., 58(1):29-41, 2010.

(IF=0,945⁽²⁰¹⁰⁾, 20p.^(2010b) MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: opracowaniu estymatora prędkości i przyspieszeń w ruchu planarnym wykorzystującego filtr Kalmana, opracowanie metody kompensacji wpływu poślizgu dla robota z napędem różnicowym klasy SSMR, implementacji algorytmu estymatora, wykonaniu badań eksperymentalnych i opracowaniu wyników, współudziale w przygotowaniu treści pracy oraz przygotowaniu odpowiedzi na recenzje.

Mój udział szacuję na: 30%.

[A11] D. Pazderski, K. Kozłowski, B. Krysiak, Nonsmooth stabilizer for three link nonholonomic manipulator using polar-like coordinate representation, W: Lecture Notes in Control and Inform. Sci, Robot Motion and Control, 2009, s. 35-44.

(10p.⁽²⁰⁰⁹⁾ MNiSW)

Mój wkład w powstanie pracy polegał na: zdefiniowaniu niestandardowego błędu sterowania w przestrzeni konfiguracji, określeniu algorytmu sterowania wykorzystującego reprezentację biegunową, podaniu dowodu stabilności, implementacji algorytmu sterowania w środowisku numerycznym, wykonaniu badań symulacyjnych, współudziale w opracowaniu wyników symulacji, współudziale w pisaniu tekstu.

Mój udział szacuję na: 65%.

c) Opis celu naukowego w/w prac i osiągniętych wyników, wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

I. Wprowadzenie

Tematyka przedstawionego cyklu publikacji, będącego podstawą wniosku habilitacyjnego dotyczy nowych *algorytmów sterowania ruchem układów mechanicznych z niecałkowalnymi więzami fazowymi pierwszego rzędu*. Źródłem tych ograniczeń jest ruch obrotowy brył sztywnych pozostających w kontakcie bez występowania poślizgu lub zasada zachowania momentu pędu w przypadku wieloczołowego układu izolowanego. Warto zauważyć, że obiekty z ograniczeniami nieholonomicznymi stanowią ważną klasę układów w robotyce. Wynika to m.in. z wykonywania zadań transportowych za pomocą robotów kołowych o ograniczonej mobilności, z których większość może być modelowana jako układy nieholonomiczne, przynajmniej w ograniczonym zakresie prędkości i przyspieszeń. Z kolei dla robotów kroczących, skaczących w fazie lotu lub umieszczonych w przestrzeni kosmicznej występuje ograniczenie stopni swobody jako wynik zachowania momentu pędu. Są to układy, których kinematyka posiada mniej niezależnych wejść o charakterze prędkościowym niż wymiar przestrzeni konfiguracyjnej.

Rozważając problem sterowania tych obiektów należy podkreślić trudność projektowania sterownika, która jest konsekwencją ograniczenia dopuszczalnych chwilowych kierunków w przestrzeni fazowej. Z formalnego punktu widzenia podstawowe znaczenie ma tutaj teoria stabilizacji za pomocą statycznego różniczkowalnego sprzężenia od stanu sformułowana przez Brocketta, [3], dla układów ciągłych, których funkcja stanu jest co najmniej klasy C^1 (jednokrotnie różniczkowalna). Teoria ta podaje warunki stosowania klasycznej metody projektowania stabilizatora, które w przypadku układów nieholonomicznych klasy C^1 nie są spełnione. W literaturze przedmiotu pokazano dwa zasadnicze podejścia do rozwiązania tego problemu. Pierwsze polega na uchyleniu postulatu ciągłości/różniczkowalności sprzężenia zwrotnego lub procesu. Drugie zakłada występowanie dodatkowych sygnałów niezależnych od stanu lub systemu dynamicznego (oscylatora), który pobudza układ zamknięty. Stąd wynika możliwość rozwiązania zadania odtwarzania pewnej klasy trajektorii dopuszczalnych (spełniających równanie procesu

i jego ograniczenia), dla których spełniony jest warunek ustawicznego pobudzenia gwarantujący sterowalność wg Kalmana dla układu otwartego, lub *zadania stabilizacji w punkcie* za pomocą sprzężenia jawnie zależnego od czasu.

Podstawowym celem naukowym moich badań, których wyniki przedstawione zostały w cyklu publikacji, było *opracowanie nowych i rozszerzenie istniejących metod sterowania wykorzystujących sprzężenie zwrotne dla układów mechanicznych z ograniczeniami fazowymi w robotyce*. Biorąc pod uwagę analizę literatury naukowej można stwierdzić, że wiele prac koncentruje się wyłącznie na aspektach teoretycznych, często popartych zaawansowaną teorią matematyczną, z pominięciem zagadnień praktycznych, takich jak implementacja, dobór parametrów oraz krytyczna ocena jakości algorytmów. Dlatego w moich badaniach wiele uwagi poświęciłem *zastosowaniom wybranych algorytmów, analizie ich właściwości i możliwości implementacji w praktyce*. Przyjąłem, że ważnym narzędziem weryfikacji metod sterowania są symulacje numeryczne, a zwłaszcza eksperyment przeprowadzony na obiekcie rzeczywistym w warunkach laboratoryjnych, który pozwala ocenić ich efektywność w robotyce. Podstawowe wykorzystywane przeze mnie narzędzia teoretyczne obejmują: lapunowską teorię stabilności, teorię zbiorów niezmienniczych, metody aproksymacji oraz elementy geometrii różniczkowej z uwzględnieniem algebr i grup Liego.

Przy omawianiu uzyskanych wyników w ramach zdefiniowano tematu wyodrębniłem dwie główne ścieżki: *techniki nieróżniczkowalne wykorzystujące przekształcenie biegunowe* oraz *techniki gładkiej stabilizacji*, wynikające przede wszystkim z *metody funkcji transversalnych*. W przedstawionym opisie odnoszę się bezpośrednio do publikacji będących przedmiotem wniosku (oznaczonych przez [A*]). W szczególnych przypadkach odwołuję się również do innych swoich prac (oznaczonych przez [B*]) oraz prac innych autorów (oznaczonych przez [*]) w celu podania szerszego kontekstu dla rozważanych wyników badawczych. Z uwagi na to, że posługuję się sformalizowanym aparatem matematycznym przyjąłem, że opis moich prac będzie częściowo ilustrowany formułami matematycznymi, przy czym szczegółowe wywody teoretyczne przedstawione w artykułach zostaną pominięte. Ze względu na odwoływanie się do wielu publikacji, notacja użyta w tym dokumencie nie jest w pełni zgodna z tą używaną przeze mnie w publikacjach – ma to na celu zachowanie bardziej spójnego opisu w niniejszym autoreferacie.

II. Nieróżniczkowalne metody sterowania ruchem układów nieholonomicznych

W publikacji [A8] uogólniłem algorytm zaproponowany wcześniej przez Aicardiego i innych [1] do sterowania nieholonomicznym robotem mobilnym o standardowej kinematyce monocykla. Opracowana metoda wynika pośrednio z rozwiązania problemu sterowania mimo ograniczeń wskazanych przez Brocketta i polega na uchyleniu założenia o różniczkowalności procesu sterowania. W efekcie można oczekiwać istnienia stabilizatorów, zapewniających zbieżność trajektorii układu zamkniętego do osobliwego punktu zadanego, w którym sterownik lub proces nie jest różniczkowalny. Podkreślając istnienie osobliwości w punkcie zadanym, wprowadza się pojęcie tzw. „prawie stabilizatora” – por. Astolfi [2].

W przypadku, gdy oryginalny proces sterowania jest różniczkowalny, możliwe jest jego przekształcenie do postaci osobliwej poprzez zastosowanie transformacji stanu, nieróżniczkowalnej w danym punkcie. Właściwości takie posiada przekształcenie współrzędnych $\Psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\} \times \mathbb{S}^1$ z przestrzeni $\mathbb{R}^2$ do postaci biegunowej, wyrażonej przez parę odległość ρ_α i kąt α . W punkcie $(0,0) \in \mathbb{R}^2$ przekształcenie Ψ degeneruje się (nie spełnia definicji funkcji), co sprawia że zmienna $\alpha \in \mathbb{S}^1$ nie jest określona oraz nie istnieje macierz Jakobiego $d\Psi$ wiążąca przestrzenie styczne. Można zatem powiedzieć, że przekształcenie biegunowe zastosowane do wybranych współrzędnych różniczkowanego procesu wprowadza nieciągłość w równaniu dynamiki układu otwartego.

Poniżej zestawiam główne wyniki uzyskane przeze mnie w zakresie technik nieciągłych rozpatrywanych w jednotematycznym cyklu artykułów:

1. *Uogólniłem metodę sterowania wykorzystującą postać biegunową podając algorytm dla pewnej klasy sterowalnych dwuwęściowych układów nieholonomicznych, z uwzględnieniem dowodu stabilności, propozycji strojenia i warunków stosowalności – praca [A8].*
2. *Zaprojektowałem sterownik i przeprowadziłem badania symulacyjne dla przypadków szczególnych, obejmujących:*
 - (a) *układ łańcuchowy pierwszego rzędu, [A8], [A9],*
 - (b) *kinematykę robota Raiberta w fazie lotu (z zerowym momentem pędu), [A8],*
 - (c) *kinematykę manipulatora nieholonomicznego o trzech zmiennych konfiguracyjnych, [A11], [A9].*
3. *Przeprowadziłem analizę odporności metody sterowania i zdefiniowałem strukturę hybrydową pozwalającą na stabilizację układu w otoczeniu punktu zadanego o dowolnie małym promieniu – praca [A9], częściowo [A8].*

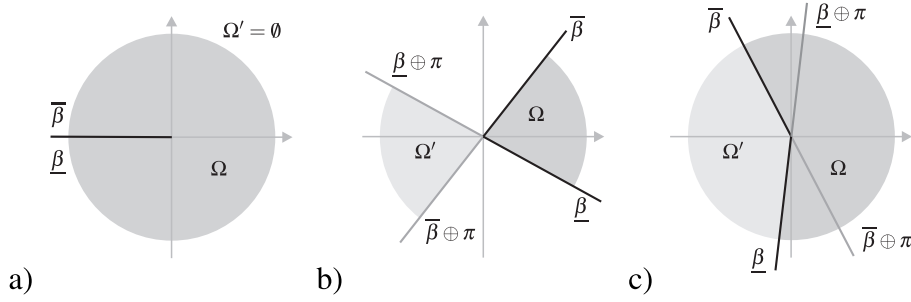
Definicja i przekształcenie procesu sterowania

W [A8] przekształcenie biegunowe ψ zastosowałem do bezdryfowego układu dwuwęściowego zdefiniowanego następująco

$$\Sigma : \dot{x} = X_1(x)u_1 + X_2(x)u_2, \quad (1)$$

gdzie $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^\top \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^3$ oznacza konfigurację, $X_i = \sum_{j=1}^3 X_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j}$, $i = 1, 2$, jest polem wektorowym, którego współrzędne $X_{ij}(x) \in \mathbb{R}$ dla każdego $x \in \mathcal{X}$ są ograniczonymi funkcjami klasy C^1 , natomiast $u_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, jest sygnałem wejściowym. Zakłada się się, że układ spełnia warunek rzędu algebry Liego LARC, tj. jest lokalnie sterowalny w krótkim czasie. Dodatkowo zdefiniowałem szczególne warunki nałożone na postać pól wektorowych, z których wynika wyróżniona rola współrzędnej x_1 oraz możliwość separacji układu na dwa podukłady w postaci

$$\Sigma^1 : \dot{x}_1 = X_{11}(x)u_1 + X_{21}(x)u_2, \quad \Sigma^2 : \dot{x}^* = X_2^*(x)u_2,$$



Rysunek 1: Ilustracja zbioru Ω i zbioru z nim stowarzyszonego Ω' : a) $\Omega = (-\pi, \pi]$, b) $\bar{\beta} \ominus \beta < \pi$, c) $\bar{\beta} \ominus \beta \geq \pi$ – na podstawie [A8]

gdzie $x^* = [x_2 \ x_3]^\top$ oraz $X_2^*(x) = \sum_{j=2}^3 X_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j}$, przy czym wymaga się aby $X_2^*(x)$ było funkcją x_1 , tj. $\forall x \in \mathcal{X}, \frac{\partial}{\partial x_1} X_2^*(x) \neq 0$. Następnie określiłem przekształcenie biegunowe dla współrzędnych x^*

$$[\rho_\alpha \ \alpha]^\top := \Psi(x^*). \quad (2)$$

Analogicznie, wykorzystałem tę samą reprezentację dla pola wektorowego X_2^* , definiując

$$[\rho_\beta \ \beta]^\top := \Psi(X_2^*(x)), \quad (3)$$

gdzie $\beta \in \Omega \subset \mathbb{S}^1$, przy czym Ω oznacza dopuszczalny zbiór orientacji wektora $X_2^*(x) \in \mathbb{R}^2$ na płaszczyźnie. Określając nowy stan przez $\zeta = [\rho_\alpha \ \alpha \ \beta]^\top$ na podstawie (2)-(3) można rozpatrywać odwzorowanie $\zeta := \Phi(x)$, które jest poprawnie określone dla $x \in \mathcal{X} \setminus \{0\}$ (osobliwość w zerze wynika z topologicznych właściwości reprezentacji biegunowej). Dziedzina przekształcenia odwrotnego $x = \Phi^{-1}(\zeta)$ jest ograniczona z uwagi na dziedzinę zmiennej $\beta \in \Omega$. Definiując Ω w postaci przedziału $\Omega := \{\beta : \underline{\beta} < \beta < \bar{\beta}\}$ oraz stowarzyszony z nim zbiór $\Omega' := \{\beta : \underline{\beta} \oplus \pi < \beta < \bar{\beta}\} \setminus \Omega$ (symbole dodawania i odejmowania modulo określone dla kątów zdefiniowano odpowiednio przez $\oplus$ i $\ominus$) można rozważyć trzy przypadki przedstawione na rys. 1, zależne od szczególnej postaci X_2^* .

Po zastosowaniu przekształcenia współrzędnych Φ dla układu (1) otrzymuje się następującą dynamikę

$$\Sigma^d : \begin{bmatrix} \dot{\rho}_\alpha \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1(\zeta) X_{11}(\Phi^{-1}(\zeta)) \end{bmatrix}}_{X_1^d} u_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_\beta \cos(\beta - \alpha) \\ \frac{\rho_\beta}{\rho_\alpha} \sin(\beta - \alpha) \\ h_2(\zeta) + h_1(\zeta) X_{21}(\Phi^{-1}(\zeta)) \end{bmatrix}}_{X_2^d} u_2, \quad (4)$$

gdzie h_1 i h_2 są skalarnymi funkcjami ograniczonymi dla $x \in \mathcal{X}$ określonymi następująco:

$$h_1(\zeta) := \frac{1}{\rho_\beta} \psi^\top(\beta) J \frac{\partial X_2^*(x)}{\partial x_1} \Big|_{x=\Phi^{-1}(\zeta)}, \quad h_2(\zeta) := \psi^\top(\beta) J \frac{\partial X_2^*(x)}{\partial x^*} \Big|_{x=\Phi^{-1}(\zeta)} \psi(\beta),$$

przy czym $\psi(\sigma) := [\cos \sigma \ \cos \sigma]^\top$, $\sigma \in \mathbb{S}^1$, oraz $J := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ jest macierzą skośnie symetryczną. Można

zauważyć, że pole wektorowe X_2^d układu Σ^d jest źle uwarunkowane dla $\rho_\alpha = 0$ – wówczas dynamika opisująca ewolucję zmiennej α staje się nieograniczona. Podsumowując, układ przekształcony Σ^d wykazuje osobliwość w punkcie $\zeta_o = [0 \ * \ *]^T$, gdzie symbolem $*$ oznaczono wartość odpowiedniego argumentu z dziedziny przekształcenia Φ^{-1} .

Zadanie sterowania, definicja uchybu

Definiując zadanie sterowania dla układu Σ wydzieliłem *etap asymptotycznego przyciągania trajektorii* x do 0 oraz *etap stabilizacji* w otoczeniu początku układu współrzędnych. Rozróżnienie tych dwóch etapów wynika z zastosowanej metodyki projektowej, w której wykorzystano osobliwe przekształcenie współrzędnych. W rozważanym przypadku stan x można interpretować jako uchyb sterowania do punktu – tym samym równanie układu Σ opisuje *dynamikę błędu układu otwartego*.

Do zaprojektowania sprzężenia zwrotnego rozwiązującego pierwszy problem sterowania, tj. problem zbieżności, wykorzystałem dynamikę przekształconą Σ^d , osobliwą w punkcie przyciągania. Analizując transformację Φ w otoczeniu $x = 0$ można znaleźć następujące implikacje

$$(\rho_\alpha \rightarrow 0^+) \Rightarrow (x^* \rightarrow 0)$$

oraz

$$\rho_\alpha = 0, \exists \beta_0 \in \Omega, (\beta \rightarrow \beta_0) \Rightarrow (x_1 = 0),$$

gdzie $\beta_0 \in \Omega$ jest stałą, której istnienie jest zagwarantowane przez założoną postać X_2^* . Następnie dla każdego warunku początkowego $\zeta(0)$ takiego, że $\rho(0) > 0$, $\alpha(0) \in \Omega \cup \Omega'$ oraz $\beta(0) \in \Omega$ przyjąłem następujące postulaty projektowe:

- zapewnienie lokalnej asymptotycznej zbieżności stanu ζ do punktu $\zeta_d = [0 \ \alpha_0 \ \beta_0]^T$, przy czym α_0 jest stałą spełniającą zależność $\sin(\beta_0 - \alpha_0) = 0$,
- zapewnienie ograniczenia sygnałów wejściowych u_1 i u_2 oraz pochodnej stanu $\dot{\zeta}$.

Zawężenie obszaru zbieżności i rozpatrywanie problemu sterowania w sensie lokalnym wynika zarówno z osobliwości układu Σ^d dla $\rho_\alpha = 0$ oraz z dopuszczalnych wartości zmiennej $\beta \in \Omega$. Do syntezy algorytmu sterowania istotne jest wyznaczenie odległości między α i β uwzględniające różne zbiory wartości tych funkcji. Projektując algorytm założyłem, że $\forall t \geq 0, \alpha(t) \in \Omega \cup \Omega'$ (dla przypomnienia: β należy do Ω z definicji) i zdefiniowałem funkcję uchybu $\gamma: (\Omega \cup \Omega') \times \Omega' \rightarrow \mathbb{R}$ należącą do klasy C^2 oraz spełniającą dodatkowe warunki

- $\gamma(\varphi_1, \varphi_2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 & \text{dla } \varphi_1, \varphi_2 \in \Omega \\ \varphi_1 = \varphi_2 \oplus \pi & \text{dla } \varphi_1 \in \Omega', \varphi_2 \in \Omega \end{cases}$,
- $\left| \frac{\partial \gamma(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_i} \right| > M_1 > 0, i = 1, 2,$
- $\left| \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\gamma(\varphi_1, \varphi_2)} \right| < \infty$ oraz $\lim_{\gamma \rightarrow 0} \left| \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\gamma(\varphi_1, \varphi_2)} \right| > M_2 > 0,$

- jeżeli Ω jest otwartym podzbiorem $(-\pi, \pi]$, to funkcja $\gamma(\varphi_1, \varphi_2)$ staje się nieograniczona dla $\varphi_1 \in \partial\Omega \cup \partial\Omega'$.

Ostatni warunek opisujący nieograniczoność funkcji $\gamma(\alpha, \cdot)$ na brzegu otwartego zbioru $\Omega \cup \Omega'$ pozwala określić *wirtualną barierę potencjalną*, dzięki której zmienna α pozostaje w tym zbiorze jeśli tylko sprzężenie gwarantuje utrzymanie ograniczonej wartości γ w horyzoncie sterowania.

Projektowanie sprzężenia zwrotnego

Jak pokazałem w pracy [A8] statyczne ciągle sprzężenie zwrotne określone następująco

$$u_1 := \frac{1}{h_1(\zeta) X_{11}(\Phi^{-1}(\zeta)) \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta)}{\partial \beta}} \left(-k_1 \gamma(\alpha, \beta) + k_2 \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} \sin(\beta - \alpha) \cos^m(\beta - \alpha) \right. \quad (5)$$

$$+ \frac{k_2}{c} \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta_0)}{\partial \alpha} \gamma(\alpha, \beta_0) \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\gamma(\alpha, \beta)} \cos^m(\beta - \alpha) \Bigg)$$

$$+ \frac{(h_2(\zeta) + h_1(\zeta) X_{21}(\Phi^{-1}(\zeta)))}{h_1(\zeta) X_{11}(\Phi^{-1}(\zeta))} k_2 \frac{\rho_\alpha}{\rho_\beta} \cos^m(\beta - \alpha),$$

$$u_2 := -k_2 \frac{\rho_\alpha}{\rho_\beta} \cos^m(\beta - \alpha), \quad (6)$$

zastosowane do układu Σ^d , przy czym k_1, k_2 i c są dodatnimi współczynnikami, m jest całkowitą dodatnią liczbą nieparzystą, przy dopuszczalnych warunkach początkowych $\rho(0) > 0$, $\alpha(0) \in \Omega \cup \Omega'$ oraz $\beta(0) \in \Omega$, tj. zapewnia rozwiązanie problemu sterowania, tj. asymptotyczną zbieżność do punktu ζ_d oraz gwarantuje ograniczoność sygnałów wejściowych i pochodnej stanu ζ .

Dobór równania sterownika zrealizowany został na podstawie analizy lapunowskiej. Podstawiając (5)-(6) do (4) uzyskuje się następujące równanie układu zamkniętego

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_\alpha \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_2 \cos^{m+1}(\beta - \alpha) \rho_\alpha \\ -k_2 \sin(\beta - \alpha) \cos^m(\beta - \alpha) \\ f_\beta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie $f_\beta = \frac{1}{\frac{\partial \gamma(\alpha, \beta)}{\partial \beta}} \left(-k_1 \gamma(\alpha, \beta) + \left(k_2 \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} \sin(\beta - \alpha) + \frac{k_2}{c} \frac{\partial \gamma(\alpha, \beta_0)}{\partial \alpha} \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\gamma(\alpha, \beta)} \gamma(\alpha, \beta_0) \right) \cos^m(\beta - \alpha) \right)$.

Następnie przywołując właściwości funkcji γ można pokazać, że układ (7) jest różniczkowalny dla każdego $\alpha \in \Omega \cup \Omega'$. Można zatem powiedzieć, że wpływ osobliwości pola wektorowego X_2^d układu Σ^d w punkcie $\rho_\alpha = 0$ jest w przypadku nominalnym usuwany przez sprzężenie zwrotne. Pozostałe osobliwości można obserwować tylko na granicy zbiorów Ω i Ω' , przy czym trajektorie układu zamkniętego w stanie przejściowym nigdy jej nie osiągają. Stabilność dynamiki (7) udowodniłem rozpatrując następującą propozycję dodatnio określonej funkcji skalarnej $V := V_1 + V_2$, gdzie $V_1 := \frac{1}{2} \rho_\alpha^2$ oraz $V_2 := \frac{1}{2} c \gamma^2(\alpha, \beta) + \frac{1}{2} \gamma^2(\alpha, \beta_0)$. Po obliczeniu pochodnej $\dot{V}$ i uwzględnieniu równania układu zamkniętego (7) otrzymuje się $\dot{V} = -k_2 \cos^{m+1}(\beta - \alpha) \rho_\alpha - c k_1 \gamma^2(\alpha, \beta) \leq 0$, na podstawie czego można pokazać,

że V jest funkcją nierosnącą. Stąd wynika, że $\gamma(\alpha, \beta)$ jest funkcją ograniczoną, co wobec warunków nałożonych na tę funkcję oznacza, że zmienna α pozostaje w zbiorze $\Omega \cup \Omega'$.

Dalsze kroki dowodowe, które przedstawiłem szczegółowo w omawianej pracy, obejmują zastosowanie lematu Barbalata. Stąd można wnioskować, że $\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(\alpha, \beta)(t) = 0$. Analogicznie wykorzystując ten sam lemat do opisu dynamiki układu zamkniętego, można udowodnić, że $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\beta}(t) = 0$. Następnie wykorzystując teorię zbioru niezmienniczego i twierdzenie La Salle'a dowodzi się, że również drugi składnik w V_2 zmierza do zera, tj. $\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(\alpha, \beta_0)(t) = 0$. Przywołując właściwości funkcji γ i biorąc pod uwagę, że dla $\gamma(\alpha, \beta) = 0$ zachodzi $\cos^{m+1}(\beta - \alpha) = 1$, ostatecznie dowodzi się, że funkcja V asymptotycznie zmierza do zera a w konsekwencji $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta(t) = \zeta_d$.

Z uwagi na to, że równanie układu zamkniętego jest różniczkowalne, możliwe staje się zdefiniowanie liniowej aproksymacji układu zamkniętego w otoczeniu punktu ζ_d . Na tej podstawie opracowałem zasadę strojenia sterownika, która wynika z lokowania wartości własnych układu liniowego II rzędu. Przeprowadzone badania symulacyjne, których wyniki przedstawiłem w pracy [A8] potwierdzają oczekiwaną odpowiedź układu zamkniętego, wynikającą z zastosowanej metody wyboru wzmocnień.

Przykłady zastosowania metody

Sterowanie robotem o kinematyce monocykla jest najbardziej znanym przykładem zastosowania sterownika wykorzystującego reprezentację biegunową. Można pokazać, że algorytm zdefiniowany w [1] jest szczególnym przypadkiem omawianej tutaj metody sterowania. Wówczas zbiór $\Omega = (-\pi, \pi]$, natomiast funkcja γ może mieć trywialną postać wyrażoną przez $\gamma(\varphi_1, \varphi_2) = \varphi_1 \ominus \varphi_2$, nie ma bowiem potrzeby utrzymywania wartości funkcji α w ograniczonym przedziale.

Bardziej złożony przypadek, który analizowałem w [A8], pojawia się dla dwuwęzłowego układu łańcuchowego pierwszego rzędu (o trzech zmiennych konfiguracyjnych), dla którego dynamikę układu otwartego można wyrazić następująco

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ x_1 + x_{d1} \end{bmatrix} u_2, \quad (8)$$

przy czym $x_{d1} \in \mathbb{R}$ jest stałą. Układ ten można postrzegać jako kanoniczną postać układu nieholonomicznego zdefiniowanego na 3-wymiarowej rozmaitości, dla którego warunek LARC jest spełniony z użyciem nawiasu Liego I-rzędu (określonego dla pól podstawowych). Wówczas zbiór $\Omega = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ jest przedziałem ograniczonym a dopuszczalny zbiór warunków początkowych nie zawiera $\alpha(0) = \pm \frac{\pi}{2}$. W celu określenia uchybu zaproponowałem funkcję: $\gamma(\varphi_1, \varphi_2) = \text{tg} \varphi_1 - \text{tg} \varphi_2$. Alternatywne rozwiązanie wykorzystujące opis układu łańcuchowego na grupie Liego omówiłem w [B1].

Trudniejszy przypadek, również zilustrowany w [A8], występuje dla układu o strukturze podobnej do

(8), dla którego równanie dynamiki układu otwartego można wyrazić przez

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ (x_1 + x_{d1})^2 \end{bmatrix} u_2.$$

Podobną postać ma kinematyka dwuczłonowej struktury mechanicznej znanej jako robot Raiberta w fazie lotu – por. punkt III.A opisu osiągnięć. Zbiór Ω jest tutaj określony bardziej restrykcyjnie niż w przypadku układu łańcuchowego i zdefiniowany jest przez $\Omega = (0, \frac{\pi}{2})$. W związku z tym zbiór dopuszczalnych warunków początkowych jest ograniczony – przyjmuje się $\alpha(0) \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}) \cup (0, \frac{\pi}{2})$. Wirtualną barierę potencjalną opisałem za pomocą funkcji: $\gamma(\varphi_1, \varphi_2) = \text{ctg}(2\varphi_1) - \text{ctg}(2\varphi_2)$.

Kolejny przykład zastosowania tej metody stabilizacji analizowałem w pracy [A11] dla manipulatora nieholonomicznego wykorzystującego przekładnie kulowe o trzech zmiennych konfiguracyjnych, którego kinematykę można przedstawić następująco

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \kappa_1 \sin q_1 \\ \kappa_2 \cos q_1 \cos q_2 \end{bmatrix} u_2, \quad (9)$$

gdzie $q \in \mathcal{Q}$ oznacza konfigurację, natomiast κ_1 i κ_2 są stałymi parametrami konstrukcyjnymi przekładni. Biorąc pod uwagę, że dla q_2 spełniającego warunek $\cos q_2 = 0$ drugie pole wektorowe układu (9) może się degenerować (szczegółowo analizę tego przypadku w kontekście warunku LARC przedstawiłem w [A11]), co oznacza naruszenie stosowalności omawianego algorytmu sterowania. W celu utrzymania funkcji q_2 w dopuszczalnym przedziale $q_2 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ zaproponowałem niestandardową definicję błędu sterowania względem punktu zadanego q_d przyjmując, że $x_2 := \text{tg} q_2 - \text{tg} q_{d2}$, gdzie $q_{d2} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (pozostałe składowe błędu x_1 oraz x_3 są określone klasycznie w postaci różnicy arytmetycznej). Można wówczas pokazać, że dla dynamiki układu otwartego wyrażonej w funkcji x zbiór Ω jest tożsamy z $\mathbb{S}^1$, w związku z czym funkcja γ może mieć analogiczną postać jak dla robota o kinematyce monocykla. Warto też zwrócić uwagę, że w odróżnieniu od poprzednich przykładów dla omawianej kinematyki współrzędne drugiego pola wektorowego zależą nie tylko od x_1 ale również od x_2 . Przypadek ten jest uwzględniony w propozycji sterowania (5)-(6).

Analiza osobliwości sterownika w otoczeniu punktu zadanego i propozycja stabilizatora hybrydowego

Zastosowanie ciągłego sprzężenia od stanu (5)-(6) do nieróżniczkowalnego układu Σ^d formalnie daje układ dynamiczny (7), w którym punkty osobliwe nie występują (przynajmniej w otwartym przedziale $\alpha \in \Omega \cup \Omega'$). Dotyczy to jednak przypadku nominalnego, w którym stan jest dostępny pomiarowo bez zakłócenia. Ponadto odnosząc ten problem do układu oryginalnego Σ oraz przypominając właściwości przekształcenia biegunowego Ψ wiadomo, że zmienna α nie może być określona dla $x^* = 0$, a zatem

w punkcie, do którego zmierza trajektoria $x^*(t)$. W efekcie zaproponowany sterownik z definicji nie może stabilizować stanu x w punkcie 0 – jest to istotne ograniczenie topologiczne. W szczególności w otoczeniu punktu zadanego obserwuje się zwiększenie wrażliwości układu sterowania na niepewność pomiarową stanu x (zwłaszcza składowej x^*). Właściwość tę można łatwo zademonstrować podstawiając do równania układu Σ^d równanie wejścia u_2 , opisane równaniem (5), przy założeniu, że ρ_α jest zaburzona o ε . Wówczas otrzymuje się następującą zależność

$$\dot{\alpha} = -k_2 \frac{(\rho_\alpha + \varepsilon)}{\rho_\alpha} \sin(\beta - \alpha) \cos^m(\beta - \alpha),$$

która pozwala wnioskować, że dynamika układu zamkniętego z zakłóceniem addytywnym w torze pomiaru staje się nieograniczona dla $\rho_\alpha \rightarrow 0$.

Wskazane mankamenty stanowią przesłanki do modyfikacji sterownika poprzez wprowadzenie struktury hybrydowej, dla której w otoczeniu punktu zadanego zastosowany jest sterownik pozwalający uzyskać odporność układu zamkniętego na niemodelowaną dynamikę i zakłócenie. W publikacji [A8] zaproponowałem prostą metodę rozwiązania omawianego problemu, zakładając że dla $x^* \in B_{0,\delta}$, przy czym $B_{0,\delta}$ oznacza otoczenie punktu 0 o promieniu δ , wejście u_2 zeruje się (stąd ρ_α nie jest już przyciągane do zera), natomiast wejście u_1 wynika z podstawowego liniowego sprzężenia zwrotnego w celu asymptotycznej stabilizacji x_1 w zerze. Inne rozwiązanie przedstawiłem w [A9], definiując w otoczeniu $x^* \in B_{0,\delta}$ różniczkowalny sterownik zapewniający stabilność układu Σ^* w sensie Lapunowa (ρ_α jest funkcją nierosnącą w tym otoczeniu). Warto zauważyć, że nie narusza się w ten sposób teorii Brocketta, która orzeka o stabilności asymptotycznej, której rozpatrywana metoda nie zapewnia.

Badania symulacyjne

W celu analizy właściwości metody sterowania wykorzystującej przekształcenie biegunowe wykonałem szereg badań symulacyjnych, których wyniki przedstawiłem w pracach [A8], [A11], [A9] i [B1]. Na tej podstawie pokazałem, że rozważana technika sterowania może być zastosowana dla szerszej grupy układów niż podstawowa postać algorytmu sformułowana przez Aicardiego i innych. Na podstawie analizy przypadków szczególnych można wnioskować, że algorytm pozwala uzyskać dobrą jakość dynamiczną, tj. krótki czas zbieżności trajektorii błędu do otoczenia zera oraz małą oscylacyjność przebiegów. Potwierdzono poprawność kryterium strojenia sterownika na podstawie lokalnej aproksymacji liniowej układu zamkniętego.

Przedmiotem dyskusji była także analiza wrażliwości układu zamkniętego na zaburzenie pomiarowe przeprowadzona na podstawie wyników numerycznych. W szczególności problem ten rozpatrywałem w [A9], gdzie porównałem metodę sterowania za pomocą współrzędnych biegunowych oraz technikę wykorzystującą sigma-process Astolfiego [1] z dodatkowym skalowaniem wzmocnień (wprowadzono tzw. gain scheduling w celu zapewnienia ograniczoności sygnału wejściowego). Z uwagi na potrzebę zdefiniowania wspólnego kryterium porównawczego przyjąłem, że oba sterowniki zaprojektowane są dla

układu łańcuchowego pierwszego rzędu. Uzyskane wyniki symulacyjne pokazują, że sterownik wykorzystujący reprezentację biegunową zapewnia większą odporność na zakłócenia pomiarowe niż sterownik Astofiego. Zilustrowałem także skuteczność zaproponowanej hybrydowej metody stabilizacji, dla której lokalnie w otoczeniu zera stosuje się różniczkowalne sprzężenie od stanu.

III. Zastosowanie gładkich algorytmów do sterowania ruchem układów nieholonomicznych

Moje główne zainteresowania i wyniki naukowe koncentrują się na zastosowaniu metod stabilizacji wykorzystujących gładkie sprzężenie zwrotne. Ta grupa wydaje się być naturalna wobec podstawowych właściwości kinematyki robotów nieholonomicznych, które zazwyczaj modeluje się z wykorzystaniem gładkich pól wektorowych. Z drugiej strony, w świetle warunków stabilizacji wskazanych przez Brocketta, użycie tej klasy algorytmów do wymienionych układów nie jest oczywiste. Jak wspomniano we wprowadzeniu, można tutaj sięgać po techniki jawnie zależne od czasu lub wykorzystać naturalny dryf w zadaniu odtwarzania trajektorii dopuszczalnych zapewniających ustawiczne pobudzenie.

Na tle istniejących gładkich metod stabilizacji za pomocą sprzężenia zwrotnego wyróżnia się *teoria funkcji transwersalnych* zaproponowana przez Morina i Samsona [6], która odwołuje się do podstawowego opisu układu sterowania z wykorzystaniem narzędzi geometrii różniczkowej. W [7] pokazano użycie tej metody do syntezy sterownika dla układu na grupie Liego, dzięki czemu uzyskano globalizację rozwiązań. W [8] oraz [10] rozpatrywano możliwość praktycznej i asymptotycznej stabilizacji dla wybranych klas układów pierwszego rzędu. Główna i unikalna cecha tej metody stabilizacji polega na możliwości aproksymacji z dowolną dokładnością zabronionych kierunków ruchu w przestrzeni fazowej. Umożliwia to kompensację ograniczonego i niezanikającego dryfu oraz zezwala na uchylenie wymagań dotyczących trajektorii referencyjnej (można być ona niedopuszczalna, tj. może naruszać więzy nieholonomiczne). Ekspozuje się tutaj cechę lokalnej sterowalności w krótkim czasie układu kinematycznego, wynikającą z warunku rzędu algebry sterowalności (LARC).

Zasadnicza koncepcja definiująca omawianą metodę odwołuje się do istnienia gładkiej funkcji f , która jest transwersalna względem podstawowych m pól wektorowych X_i , $i = 1, \dots, m$, bezdryfowego procesu sterowania zdefiniowanego na n -wymiarowej mnogości konfiguracyjnej i spełniającego LARC. Przy założeniu, że dziedziną funkcji f jest $n - m$ wymiarowy torus, tj. $f : \mathbb{T}^{n-m} \rightarrow \mathbb{R}^n$, warunek transwersalności można wyrazić następująco

$$\forall \alpha \in \mathbb{T}^{n-m}, f(\alpha) \in B_{0,\varepsilon}, \text{rank } M(f(\alpha)) = n \quad (10)$$

przy czym

$$M(f(\alpha)) := \begin{bmatrix} X_1(f(\alpha)) & X_2(f(\alpha)) & \dots & X_m(f(\alpha)) & -\frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (11)$$

Przywołując kryterium LARC na podstawie (10) i (11) można stwierdzić, że w przypadku gdy $m < n$ pochodna $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$ zastępuje brakujące nawiasy Liego wyższych rzędów, nie występujące w podstawowej dystrybucji pól wektorowych $\Delta(x_0) = \text{span}\{X_1(x_0), X_2(x_0), \dots, X_m(x_0)\}$, określonej w pewnym otoczeniu

punktu x_0 .

Z samego warunku (10) wynika, że cecha transwersalności jest zdefiniowana lokalnie. W pewnych przypadkach, m.in. odwołując się do teorii grup Liego można rozszerzyć zbiór, w którym funkcja f jest właściwie określona (najczęściej definiuje się ją w otoczeniu elementu neutralnego grupy Liego). Ponadto, szczególna postać funkcji f dla danego procesu sterowania nie jest jednoznaczna. Pozwala to stawiać pytania badawcze dotyczące *metod poszukiwania funkcji transwersalnej, jej parametryzacji oraz wyboru układu współrzędnych*, w którym projektuje się algorytm sterowania.

Z formalnego punktu widzenia projektowanie algorytmu sterowania wykorzystującego metodykę funkcji transwersalnej można postrzegać jako zastosowanie dynamicznego sprzężenia zwrotnego. Sygnał wyznaczany przez algorytm sterowania $\bar{u} = [u^\top \dot{\alpha}^\top]^\top \in \mathbb{R}^n$ wyrażony jest przez n zmiennych, z których tylko m dotyczy wejścia procesu sterowania (dla przypomnienia $u \in \mathbb{R}^m$). Pozostałych $n - m$ zmiennych opisuje pochodną $\dot{\alpha}$, a zatem w sterowniku pojawia się dodatkowa dynamika, która decyduje o rozwiązaniu trajektorii $\alpha(t)$, kształtującej przebieg funkcji transwersalnej $f(\alpha)$. Dynamika ta decyduje w jaki sposób układu zamknięty odpowiada na zakłócenie, sygnał zadany oraz jak przebiega błąd śledzenia trajektorii zadanej.

Z punktu widzenia robotyki można zadać pytanie dotyczące *efektywności i celowości zastosowania omawianej metody do realizacji praktycznych zadań sterowania*. Na podstawie mojego dotychczasowego doświadczenia i dostępnych publikacji wynika, że mimo unikalnych możliwości, metoda nie znajduje szerokiego zastosowania, co w głównej mierze jest konsekwencją złożoności algorytmu i trudności jego strojenia. Z tego powodu podanie nowych zastosowań, technik implementacji oraz struktur sterowania, których elementem jest algorytm wykorzystujący funkcje transwersalne można postrzegać jako aktualne zagadnienie badawcze w zakresie robotyki.

Wyniki moich badań, dotyczących gładkich metod sterowania, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowania funkcji transwersalnych, zostały przedstawione w jednotematycznym cyklu publikacji i obejmują pozycje [A1]-[A7]. W wymienionych publikacjach podejmuje problem stabilizacji układów nieholonomicznych w obecności dryfu (również niezanikającego), optymalizacji sprzężenia zwrotnego, optymalizacji parametrów funkcji transwersalnej w celu poprawy odporności algorytmu na zakłócenia, projektowania i przestrajania funkcji transwersalnej (za pomocą dylatacji i przesunięcia na grupie Liego) oraz proponuję nowe zastosowania metody w zadaniu osiągnięcia zbioru uporządkowanych punktów, w zadaniu nawigacji hybrydowej (holonomicznej/nieholonomicznej) oraz w zadaniu odtwarzania dowolnej trajektorii robota w fazie lotu z dowolnym momentem pędu. Poniżej zestawiam główne osiągnięcia opisane w cyklu publikacji, które odnoszą się do gładkich metod sterowania.

1. Opracowałem nowy gładki algorytm sterowania ruchem robota nieholonomicznego o kinematyce monocykla, który wykorzystuje nawigator holonomiczny/częściowo nieholonomiczny, [A2].
2. Zaproponowałem adaptacyjną metodę skalowania funkcji transwersalnej w zadaniu nawigacji wykorzystującym funkcje sztucznego potencjału w zależności od zajętości przestrzeni zadania, [A2].
3. Opracowałem hybrydową metodę realizacji zadania przejazdu przez punkty dla robota z napędem różnicowym w warunkach ograniczonego zaburzenia modelu kinematyki przy założeniu programo-

wych dopuszczalnych ograniczeń prędkości, [A1].

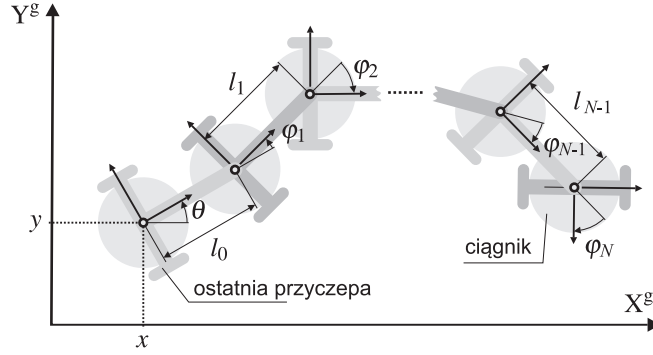
4. Zaproponowałem nową postać funkcji transwersalnej na grupie Liego oraz podałem formalnie dowód stabilności asymptotycznej i praktycznej w zadaniu stabilizacji/odtworzeniu trajektorii dla robota z napędem różnicowym, [A1].
5. Opracowałem algorytm stabilizacji układu mechanicznego o kinematyce robota Raiberta w warunkach uogólnionego dryfu (niezerowego momentu pędu, trajektorii niedopuszczalnej), [A5].
6. Podałem algorytm wyznaczania struktury grupy Liego dla wybranej postaci nilpotentnych pól wektorowych, [A5].
7. Opracowałem algorytm stabilizacji i odtwarzania trajektorii dla robota z trzema przyczepami mocowanymi osiowo z wykorzystaniem lokalnej transformacji do układu nilpotentnego, [A7].
8. Opracowałem i zbadałem symulacyjnie suboptymalne gładkie sprzężenie od stanu w celu optymalizacji chwilowego kosztu sterowania, [A7], [A5].
9. Zaproponowałem algorytm optymalizacji wyboru parametrów funkcji transwersalnej określonych na wielowymiarowym torusie z uwzględnieniem wybranych kryteriów opisujących właściwości układu sterowania (w tym precyzję, odporność na zakłócenia). Przedstawiłem i przeanalizowałem wyniki optymalizacji dla przypadków szczególnych. Przeprowadziłem badania właściwości algorytmu sterowania robotem z jedną i dwoma przyczepami, obejmujące optymalną parametryzację funkcji transwersalnych i numeryczną analizę wrażliwości na niepewność pomiarową, [A6].

W dalszej kolejności charakteryzuję główne wyniki badań przyjmując za podstawę kryterium tematyczne. Wyróżniam tutaj:

- problem opisu układu nieliniowego uwzględniający symetrię,
- metody projektowania i strojenia funkcji transwersalnej,
- metody przybliżonego odsprężania i optymalizacji sprzężenia zwrotnego w zadaniu odtwarzania trajektorii oraz regulacji,
- techniki optymalizacji funkcji transwersalnej ze względu na wybrane właściwości układu zamkniętego,
- analizę stabilności rozszerzonej dynamiki w metodzie funkcji transwersalnych,
- przykłady nowych zastosowań metody do sterowania ruchem robotów mobilnych.

III.A Modelowanie nieliniowych układów pierwszego rzędu oraz ich opis na grupie Liego

Z punktu widzenia projektowania algorytmu sterowania lub estymacji stanu wybór układu współrzędnych do opisu nieliniowej dynamiki procesu może mieć pierwszorzędne znaczenie. Zasadniczo metoda sterowania układów kinematycznych, którą rozwijam w swoich pracach badawczych, definiuje problem lokalnie, w otoczeniu punktu stałego lub trajektorii. Dlatego ważne jest znalezienie takiego opisu procesu, dla którego zaprojektowanie stabilizatora jest możliwe przy zachowaniu akceptowalnego obszaru zbieżności. W tym kontekście szczególnie interesujący jest opis układów dynamicznych na grupie Liego, dzięki któremu można rozszerzać zakres stosowalności rozwiązań lokalnych podanych w otoczeniu wy-



Rysunek 2: Przykładowa struktura robota z N przyczepami mocowanymi osiowo

branych punktów rozmaitości (zwłaszcza w elemencie neutralnym grupy).

Symetria w przestrzeni stanu występuje tylko w przypadkach szczególnych. W pracach [A7] i [A5] sformułowałem lematy i stwierdzenia dotyczące *warunków opisu bezdryfowych układów afinicznych na grupie Liego*. W [A5] na podstawie wymiaru algebry Liego pól wektorowych procesu sterowania wyróżniłem *trzy przypadki*. W najbardziej ogólnym wymiar tej algebry wyznaczany względem ciała liczb rzeczywistych jest nieskończony, co uniemożliwia globalny opis układu na grupie Liego. Z kolei, gdy wymiar algebry jest skończony (np. dla nilpotentnych pól wektorowych) znalezienie odpowiedniej struktury grupy Liego jest możliwe.

W jednotematycznym cyklu publikacji rozpatruję dwuwęściowe układy kinematyczne opisane na rozmaitości $\mathcal{Q}$, które można przedstawić następująco

$$\dot{q} = X_1 u_1 + X_2 u_2,$$

przy czym $q \in \mathcal{Q}$ jest konfiguracją, X_1, X_2 są gładkimi polami wektorowymi, natomiast u_1 i $u_2 \in \mathbb{R}$ określają wejścia sterujące. W swoich pracach rozważyłem następujące przypadki szczególne, obejmujące trzy rodzaje systemów:

- robot mobilny z przyczepami – kinematyka nie może być opisana globalnie na grupie Liego, zamiast tego zastosowałem opis części układu na grupie oraz transformację do postaci nilpotentnej, dla której opis na grupie Liego jest możliwy, [A7], [A6],
- robot z napędem różnicowym (dwukołowy, wielokołowy) – kinematykę opisałem bezpośrednio na grupie Liego, [A1]-[A4],
- robot Raiberta w fazie lotu – zdefiniowałem kinematykę na grupie Liego po zastosowaniu rozszerzenia stanu, [A5].

Kinematyka robota mobilnego z przyczepami i opis błędu śledzenia trajektorii zadanej z wykorzystaniem symetrii

Problem sterowania ruchem pojazdów złożonych z elementarnych kołowych struktur nieholonomicznych jest złożonym zagadnieniem ze względu na silną nieliniowość takiej kinematyki. Zasadniczo spo-

tyka się dwa podejścia projektowania sterownika. W pierwszym zakłada się, że celem nadrzędnym jest ruch wyróżnionego segmentu (np. pasywnej przyczepy), a ruch ciągnika oraz pozostałych segmentów ma być podrzędny wobec tego zadania. W drugim, projektuje się ruch całej struktury kinematycznej, co teoretycznie pozwala wpływać na wzajemny ruch pomiędzy segmentami umożliwiając, np. kontrolę kolizji pomiędzy nimi. Ostatni schemat jest bardziej skomplikowany, gdyż wymaga uwzględnienia kinematyki całego pojazdu i wyrażenia błędu sterowania dla wszystkich zmiennych konfiguracyjnych. Potencjalnie umożliwia jednak stabilizację całego systemu w zadanej konfiguracji.

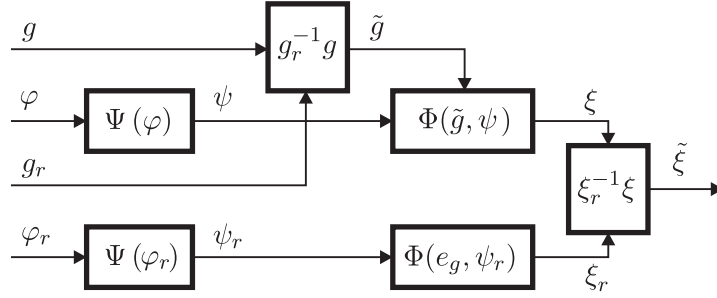
W publikacjach [A7] i [A6] zaproponowałem algorytm sterowania nawiązując do ostatniej wymienionej koncepcji rozważając zadanie sterowania pojazdem złożonym z aktywnego ciągnika z dwukołowym napędem różnicowym oraz pasywnych przyczep mocowanych osiowo – rys. 2. Rozwiązanie postawionego problemu w dużej mierze opiera się na wyrażeniu kinematyki w postaci, w której można efektywnie zaprojektować sterownik. Z uwagi na złożoność zastosowanych metod zagadnienie to omawiam bardziej szczegółowo.

Przy założeniu, że układ posiada N przyczep, jego rozmierność konfiguracyjną o wymiarze $n := N + 3$ można zdefiniować na zbiorze $\mathcal{Q} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{T}^{N+1}$. Dokładniej, konfiguracja $q := [x \ y \ \theta \ \varphi_1 \ \dots \ \varphi_N]^\top$ wyraża współrzędne pozycji, x, y , oraz orientację, θ , ostatniej, wyróżnionej przyczepy, natomiast $\varphi_1, \dots, \varphi_N \in \mathbb{S}^1$ są zmiennymi wewnętrznymi opisującymi konfigurację łańcucha kinematycznego (tj. względnych kątów pomiędzy przyczepami). Kinematyka Σ tej struktury mechanicznej stanowi silnie nieliniowy bezdrowy układ sterowania o wejściu $v \in \mathbb{R}^2$, którego właściwości, w tym tzw. stopień nieholonomi dNH, zależą od punktu w przestrzeni $\mathcal{Q}$. Formalnie można pokazać, że choć kinematyka Σ spełnia warunek LARC, to jednak w otoczeniu punktów, dla których $\varphi_2, \dots, \varphi_N$ zbiegają do $\pm \frac{\pi}{2}$ trudność określenia sygnałów wejściowych wzrasta jakościowo. Ponadto z praktycznego punktu widzenia znaczne wartości kątów pomiędzy poszczególnymi segmentami nie są pożądane, gdyż może to prowadzić do występowania kolizji. Stąd wynika, że ograniczenie dopuszczalnego zbioru kątów φ_i , $i = 1, \dots, N$ do przedziału $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ jest uzasadnione z teoretycznego i praktycznego punktu widzenia. Formalnie ograniczenia te uwzględniłem stosując pomocniczy lokalny dyfeomorfizm $\Psi : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^N \rightarrow \mathbb{R}^N$, przy pomocy którego określiłem przekształcone wewnętrzne zmienne konfiguracyjne $\psi = [\psi_1 \ \dots \ \psi_N]^\top := \Psi(\varphi)$. W efekcie, podobnie jak w [9], otrzymałem przekształcony układ $\bar{\Sigma}$ na rozmierności $\bar{\mathcal{Q}} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}^N$, przy czym $\bar{q} := [g^\top \ \psi^\top]^\top \in \bar{\mathcal{Q}}$, natomiast $\eta = [\eta_1 \ \eta_2]^\top = T(\varphi)v \in \mathbb{R}^2$ jest przekształconym wejściem (w publikacji [A7] pokazałem szczegółową postać transformacji konfiguracji i wejścia dla $N = 3$). Układ ten można przedstawić w postaci dwóch podsystemów

$$\bar{\Sigma}^g : \dot{g} = S(g, \psi) \eta, \bar{\Sigma}^\psi : \dot{\psi} = C_\psi(\psi) \eta, \quad (12)$$

gdzie

$$S(g, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \psi_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{3 \times 2} \text{ oraz } C_\psi(\psi) = \begin{bmatrix} \psi_2 & \psi_3 & \dots & \psi_N & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^{N \times 2}.$$



Rysunek 3: Schemat blokowy przedstawiający nieliniową transformację błędu odtwarzania trajektorii zastosowaną w [A7] i [A6].

Kinematyka $\bar{\Sigma}$ jest mniej złożona w porównaniu do Σ – m.in. można wykazać, że $\bar{\Sigma}$ jest układem regularnym, którego stopień nieholonomii jest stały i wynosi $dNH = N + 2$ dla każdego $\bar{q} \in \bar{\mathcal{Q}}$. Jednak pomimo uproszczenia postaci pól wektorowych (w porównaniu do Σ) układu $\bar{\Sigma}$ również nie można przedstawić na grupie Liego. Z postaci (12) wynika naturalna możliwość dekompozycji układu $\bar{\Sigma}$: mianowicie można oddzielnie rozpatrywać ruch przyczepy o konfiguracji $g := [x \ y \ \theta]^\top \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1$ i wewnętrznego łańcucha, którego konfigurację opisuje $\psi \in \mathbb{R}^N$. Uwzględniając symetrię w ruchu planarnym, konfigurację g można postrzegać jako element grupy Liego $G \simeq \text{SE}(2)$ z działaniem

$$g_1 g_2 := \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R(\theta_1) \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ \theta_1 + \theta_2 \end{bmatrix},$$

gdzie g_1 i $g_2 \in G$, natomiast $R \in \text{SO}(2)$ opisuje macierz rotacji na płaszczyźnie. Elementem neutralnym tej grupy jest $e = 0$. W rozważanym przypadku algebrę Liego $\mathfrak{g}$ grupy G określiłem definiując bazowe pola wektorowe $X_1 = [\cos \theta \ \sin \theta \ 0]^\top$, $X_2 = [0 \ 0 \ 1]^\top$ oraz $X_3 = [X_2, X_1]$, przy czym $[\cdot, \cdot]$ określa nawias Liego danej pary pól wektorowych. W szczególności wygodne jest użycie notacji macierzowej, w której bazę algebry można wyrazić następująco: $X(g) = [X_1 \ X_2 \ X_3](g) \in \mathbb{R}^3$. Wówczas równanie ruchu ostatniej przyczepy można przedstawić w znormalizowanej postaci jako

$$\bar{\Sigma}^g : \dot{g} = X(g) C_g(\psi) \eta, \quad (13)$$

gdzie $C_g(\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ jest funkcją macierzową.

Zadanie sterowania rozpatrywane w pracach [A7], [A6] zdefiniowałem jako *odtworzenie różniczkowej trajektorii odniesienia* $q_r = [g_r^\top \ \varphi_r^\top]^\top \in G \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^N$ co najmniej klasy C^1 , opisującej ewolucję w czasie wszystkich zmiennych konfiguracyjnych (ograniczonych do założonego przedziału). Wykorzystując opis układu $\bar{\Sigma}^g$ na grupie Liego G , błąd konfiguracji dla przyczepy można w naturalny sposób wyrazić jako różnicę elementów na tej grupie definiując: $\tilde{g} := g_r^{-1} g$. Wówczas dynamika układu otwar-

tego wyznaczona dla podsystemu $\bar{\Sigma}^g$ przyjmuje postać:

$$\dot{\tilde{g}} = X(\tilde{g}) (C_g(\psi) \eta - Ad^X(\tilde{g}^{-1}) u_r), \quad (14)$$

gdzie $Ad^X(\cdot) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ oznacza operator dołączenia wyrażony w bazie $X(e)$, natomiast $u_r := X(g_r)^{-1} \dot{g}_r$ jest ograniczonym sygnałem referencyjnym.

Biorąc pod uwagę równanie (14) wraz z kinematyką $\bar{\Sigma}^\psi$ można stwierdzić, że tak zdefiniowany układ nie może być określony na grupie Liego. Z tego powodu w [A7] i [A6] zastosowałem przekształcenie do postaci nilpotentnej opisanej przez dwuwejściowy układ łańcuchowy z dryfem. W tym celu zaproponowałem lokalną transformację $\Phi: \mathbb{R}^2 \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^{N+3}$, która określa pomocniczą konfigurację $\xi := \Phi(\tilde{g}, \psi)$. W wyniku przekształcenia konfiguracji i wejścia otrzymałem układ w postaci

$$\dot{\xi} = \sum_{i=1}^2 X_i^c(\xi) w_i + p, \quad (15)$$

gdzie X_i^c , $i = 1, 2$ są polami wektorowymi standardowego układu łańcuchowego, [11], p jest polem wektorowym dryfu, natomiast $w = [w_1 \ w_2]^\top := U(\tilde{\theta}, \psi) \eta$ jest nowym wejściem. Układ (15) można opisać na grupie Liego G^c o wymiarze $\dim G^c = n$. Warto zauważyć, że zastosowanie przekształcenia zmiennych w odniesieniu do równania dynamiki błędu (14) a nie bezpośrednio do układu $\bar{\Sigma}^g$ pozwala zmniejszyć negatywny wpływ lokalnej dziedziny odwzorowania Φ . Dzięki temu zmienna θ określająca orientację może przyjmować wartości z całej dziedziny – ograniczeniu podlega tylko dopuszczalny błąd $\tilde{\theta}$, co jest bardziej akceptowalne (wymaga zaprojektowania trajektorii q_r , z odpowiednio wybranym warunkiem początkowym $q_r(0)$).

Ponieważ stan układu (15) bierze pod uwagę tylko błąd śledzenia wyznaczony dla ostatniej przyczepy, wprowadziłem pomocniczą konfigurację referencyjną $\xi_r := \Phi(e_g, \psi_r)$ i określiłem przekształcony błąd śledzenia na grupie G^c definiując $\tilde{\xi} = \xi_r^{-1} \xi$. Jego dynamikę można wyznaczyć następująco

$$\dot{\tilde{\xi}} = X^c(\tilde{\xi}) (C_\xi w + \tilde{p}), \quad (16)$$

gdzie $X^c(\tilde{\xi}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą, której kolumny są polami wektorowymi bazy algebry Liego grupy Liego G^c , $X^c(\tilde{\xi}) \tilde{p}$ jest polem wektorowym dryfu, natomiast $C_\xi = [I_2 \ 0]^\top \in \mathbb{R}^{n \times 2}$.

Poszczególne etapy zaproponowanego przeze mnie przekształcenia stanu zostały przedstawione na rys. 3. Dzięki tym transformacjom oraz przekształceniom wejścia wyraziłem nieliniową dynamikę błędu śledzenia trajektorii na grupie Liego w postaci, którą można efektywnie stabilizować za pomocą sterownika wykorzystującego funkcje transwersalne.

Kinematyka robota z napędem różnicowym

Z praktycznego punktu widzenia w robotyce mobilnej dominujące zastosowanie mają roboty kołowe wyposażone w napęd różnicowy. Wynika to zarówno ze względnie dużego stopnia mobilności (np. w porównaniu do kinematyki samochodowej) oraz stosunkowo prostej konstrukcji mechanicznej, zapewniającej niskie koszty wykonywania takich platform przy zachowaniu dużej odporności konstrukcji. Wśród pojazdów z napędem różnicowym można wyróżnić strukturę z napędem dwukołowym, którą standardowo postrzega się jako układ nieholonomiczny oraz strukturę wielokołową z kołami o ustalonych osiach, dla której ograniczenia fazowe są zazwyczaj naruszone (również w zakresie małych prędkości). Ta ostatnia grupa w robotyce znana jest jako roboty klasy SSMR (ang. skid-steering mobile robot) – rys.4.

Z teoretycznego punktu widzenia obiekty te stanowią jeden z nielicznych przypadków, dla których kinematyka może być bezpośrednio zdefiniowana na grupie Liego $G \simeq \text{SE}(2)$. Modelując ruch takiej platformy jezdnej w pracach [A4], [A3] oraz [A1] zdefiniowałem następującą kinematykę planarną

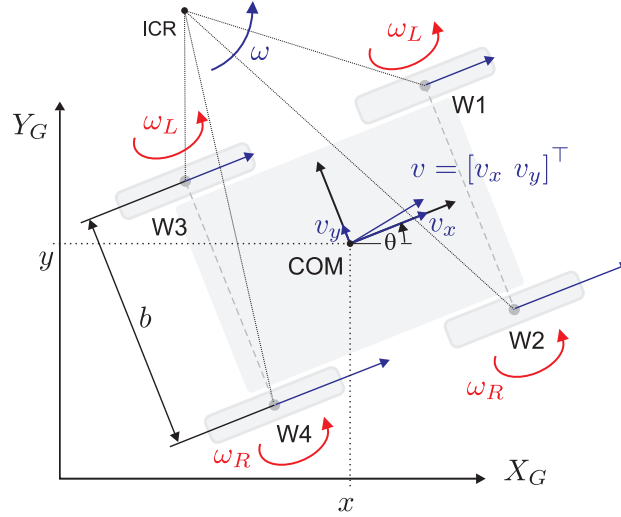
$$\dot{g} = X(g)(Cu + \delta), \quad (17)$$

gdzie $g \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1$ oznacza konfigurację na grupie Liego $G \simeq \text{SE}(2)$, $X(g) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ jest macierzową reprezentacją bazowych pól wektorowych algebry Liego $\mathfrak{g}$ grupy G , $C = [I_2 \ 0]^\top \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, $u = [u_1 \ u_2]^\top \in \mathbb{R}^2$ oznacza wejście (odpowiednio prędkość postępową i kątową), natomiast $X(g)\delta \in \mathbb{R}^3$ określa pole wektorowe dryfu (zakłócenia) opisujące poślizg poprzeczny, przy czym dla nieholonomicznego robota dwukołowego o kinematyce monocykla $\delta \equiv 0$.

Dodatkowo, założyłem że funkcja poślizgu δ nie zależy bezpośrednio od wejścia u (w istocie wynika z dynamiki obiektu, w tym z oddziaływania kół z podłożem). Na podstawie danych empirycznych i analizy dynamiki poślizgu, por. [B2] i [B3], przyjąłem też hipotezę, że w *zakresie ograniczonych prędkości i przyspieszeń pojazd typu SSMR można przedstawiać jako zaburzony model pojazdu dwukołowego o napędzie różnicowym*. Z definicji taki model jest określony lokalnie.

Kinematykę napędu wielokołowego o kołach sprzężonych zdefiniowałem jako kinematykę różnicowego napędu dwukołowego z zaburzeniem multiplikatywnym wynikającym z zastępczych funkcji poślizgu wzdłużnego i kąowego. Dodatkowo przyjąłem, że kinematyka napędu jest bijekcją, co jest prawdziwe gdy poślizg nie jest zbyt intensywny – założenie przestaje być spełnione gdy współczynniki poślizgu maleją do zera (wówczas kinematyczny schemat sterowania degeneruje się).

W pracy [A3] zaproponowałem inne podejście do opisu kinematyki pojazdu z napędem wielokołowym, wprowadzając orientację pomocniczą, która uwzględnia rzeczywistą orientację pojazdu i kąt poślizgu. W ten sposób zdefiniowałem przekształcenie (17) do kinematyki monocykla (tj. określonej dla $\delta \equiv 0$). W podanej publikacji przedstawiłem warunki zastosowania takiego przekształcenia, które wymagają ograniczonego poślizgu poprzecznego oraz ograniczonej pierwszej pochodnej kąta poślizgu.



Rysunek 4: Uproszczony schemat robota z napędem wielokołowym SSMR z kołami sprzężonymi mechanicznie.

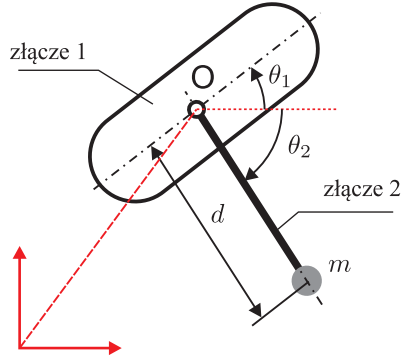
Kinematyka robota Raiberta w fazie lotu

W publikacji [A5] rozpatrywałem strukturę kinematyczną robota Raiberta w fazie lotu przy założeniu braku oddziaływań zewnętrznych. W tym przypadku z zasady zachowania momentu pędu można wywieść niecałkowalne ograniczenia fazowe, na podstawie których wyznaczyłem następującą dwuwęściową kinematykę z dryfem

$$\Sigma^R: \dot{q} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{x}_1} u_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} q_3^2 \\ -a \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{x}_2} u_2 + \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{x}_0} \sigma,$$

gdzie $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^\top =: [\theta_1 \ \theta_2 \ d]^\top \in \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}_+$ oznacza konfigurację (por. rys. 5), $\sigma \in \mathbb{R}$ jest momentem pędu, η_1 i $\eta_2 \in \mathbb{R}$ są funkcjami spełniającymi ograniczenie: $I_1 \eta_1 + m q_3^2 - 1 = 0$, $a := \frac{I_1}{m}$, przy czym I_1 oznacza moment bezwładności pierwszego ogniwa, m jest masą drugiego złącza, natomiast u_1 i u_2 oznaczają wejścia. Dodatkowo zdefiniowano sygnał $\omega := -(a + q_3^2) u_2 + (\eta_2 - \eta_1) \sigma$ określający względną prędkość kątową złącza obrotowego.

W nawiązaniu do teorii opisu układów kinematycznych na grupie Liego, dla kinematyki Σ^R można pokazać, że wymiar algebry Liego $Lie\{\bar{x}_1, \bar{x}_2\}$ jest skończony i większy niż rozmiar przestrzeni konfiguracyjnej (układ Σ^R posiada zmienny stopień nieholonomii $dNH = 2$ lub $dNH = 3$ dla $q_3 = 0$). Zatem aby określić układ Σ^R na grupie Liego, niezbędne jest wprowadzenie dodatkowej dynamiki i rozszerzenie stanu. W rozpatrywanym przypadku, na podstawie Σ^R dla $\sigma = 0$ określiłem następującą rozszerzoną



Rysunek 5: Struktura robota Raiberta w fazie lotu rozważanego w [A5].

kinematykę

$$\dot{g} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{X_1} u_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -a \\ g_1 \\ g_1^2 \end{bmatrix}}_{X_2} u_2, \quad (18)$$

gdzie $g_1 = q_3$, $g_2 = q_2$, $g_4 = q_1$, natomiast $g_3 \in \mathbb{R}$ jest nową zmienną. Strukturę grupy Liego G dla danej algebry Liego $Lie\{X_1, X_2\}$ wyznaczyłem na podstawie algorytmu opisanego w pracy [A5] i z jego pomocą obliczyłem operację grupową. Następnie uwzględniając opis na grupie Liego G i bazę algebry Liego $X \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ zdefiniowałem rozszerzoną kinematykę z dryfem w postaci analogicznej do (17), przy czym $C = [I_2 \ 0]^\top \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$, $u = [u_1 \ u_2]^\top \in \mathbb{R}^2$, natomiast $X(g) \delta \in \mathbb{R}^4$ jest polem wektorowym dryfu (dla niezerowego momentu pędu).

III.B Projektowanie funkcji transwersalnej

Warunek (10), który spełnia funkcja transwersalna względem podstawowych pól wektorowych procesu sterowania, nie definiuje jej postaci szczególnej. Oznacza to, że *może istnieć wiele propozycji funkcji transwersalnych dla danego układu*, co pozwala rozważać metody projektowania takiej funkcji i jej transformacji z wykorzystaniem przekształceń niezmienniczych. W swoich pracach uwzględniam funkcje transwersalne, których dziedziną jest torus. Nie wyczerpuje to jednak wszystkich możliwości – w literaturze znane są także opisy takich funkcji na innej dziedzinie.

W przypadku procesów sterowania opisanych na grupie Liego do syntezy funkcji transwersalnej f można zastosować operację grupową, [7]. Metodę tę wykorzystałem w pracach [A7], [A6] oraz [A5] do wyznaczenia szczegółowej postaci f , obliczając odwzorowanie wykładnicze dla poszczególnych pól wektorowych wyższych rzędów, które nie występują w dystrybucji pól podstawowych układu z pominięciem pola dryfu. Warto zauważyć, że w przypadku pojazdu z przyczepami funkcja transwersalna została zaprojektowana dla układu pomocniczego (16), a nie oryginalnej kinematyki. W [A7] szczegółowe wyprowadzenie określiłem dla $N = 3$, czyli dla pojazdu z trzema przyczepami, natomiast w [A6]

rozważyłem przypadki dla $N = 1$ i $N = 2$.

Inną metodą wyznaczania szczególnej postaci funkcji transwersalnej jest poszukiwanie rozwiązań przybliżonych poprzez odwołanie się do lokalnie równoważnych układów sterowania. Przykładowo, dla kinematyki monocykla można wykorzystać funkcję transwersalną obliczoną dla układu łańcuchowego pierwszego rzędu. W pracy [A2] wykorzystałem tę właściwość i *rozszerzając standardową parametryzację zaproponowałem nową postać szczególną*, co zwiększa swobodę projektową przy strojeniu algorytmu sterowania. Ponadto przeprowadziłem szczegółową analizę doboru parametrów korzystając z formalnego opisu analitycznego i rozwiązań numerycznych, poszerzając opis dostępny w literaturze.

Ważnym narzędziem jest operator skalowania promienia otoczenia, w którym zawarty jest obraz funkcji transwersalnej. W przypadkach analizowanych w [A7] i [A6] pola wektorowe algebry Liego $\mathfrak{g}$ grupy G^c są jednorodne. Właściwość tę wykorzystałem do skalowania elementów grupy za pomocą operatora dylatacji, [5], który dla danej funkcji transwersalnej $\bar{f} \in G^c$ jest niezmienniczy, w sensie zachowania warunku transwersalności. Dylatację elementu grupy G^c wyraziłem za pomocą macierzy diagonalnej $D(\varepsilon) := \text{diag}\{\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots, \varepsilon^{n-1}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ i dla $\varepsilon > 0$ zdefiniowałem nową *skalowaną funkcję transwersalną* $f := D(\varepsilon)\bar{f}$. Jak pokazałem w pracach [A7] i [A6] dylatacja znacząco ułatwia kształtowanie funkcji i może być wykorzystana w strojeniu algorytmu sterowania np. poprzez określenie pewnej trajektorii $\varepsilon = \varepsilon(t) > 0$ jawnie zależnej od czasu. Podobną strategię skalowania funkcji transwersalnej użyłem w algorytmie sterowania robotem w fazie lotu, będącego przedmiotem publikacji [A5].

Opis funkcji transwersalnej na grupie Liego daje możliwość swobodnej modyfikacji funkcji poprzez zastosowanie lewej translacji. W publikacji [A1] zdefiniowałem klasę *funkcji transwersalnych przesuniętych na grupie Liego*, spełniających relację

$$f := h\bar{f}, \quad (19)$$

gdzie $h \in G$ jest dowolnym elementem grupy natomiast $\bar{f} \in G$ jest pewną funkcją transwersalną. Właściwość tę można wykorzystać do projektowania nowych funkcji transwersalnych na podstawie znanego rozwiązania szczególnego. W celu zaprojektowania sterownika przyjąłem, że $h = \bar{f}_r(\alpha_r)^{-1} \in G$, gdzie $\alpha_r \in \mathbb{T}^{n-2}$ jest dodatkowym parametrem (zmienną), zatem

$$f = \bar{f}_r(\alpha_r)^{-1} \bar{f}(\alpha). \quad (20)$$

Należy tutaj zwrócić uwagę, że szczególnym przypadkiem (20) jest funkcja uogólniona GTF, dla której zachodzi

$$\bar{f}_r(\alpha_r) = \bar{f}(\alpha)|_{\alpha=\alpha_r}. \quad (21)$$

W odróżnieniu od standardowej postaci funkcji transwersalnej (CTF) obliczonej przez całkowanie strumieni pól wektorowych, dla funkcji GTF punkt neutralny należy do zbioru jej wartości. Funkcje GTF wykorzystałem m.in. w publikacjach [A7], [A6], [A4] oraz [A1] do zapewnienia asymptotycznej odtwarzania pewnej klasy trajektorii dopuszczalnych. Porównanie właściwości CTF i GTF zostało pokazane

w [A4].

Projektując sterownik wykorzystujący metodykę funkcji transwersalnych konieczne jest odwołanie się do równania dynamiki, które ta funkcja spełnia. W moich pracach korzystam z notacji macierzowo-wektorowej, którą można wykorzystać dla układów na grupie Liego. Wówczas pochodną funkcji transwersalnej można poglądowo przedstawić w następującej postaci

$$\dot{f}(\alpha, \alpha_r, \varepsilon) = X(f)(A(\alpha)\dot{\alpha} + A_r\dot{\alpha}_r + A_\varepsilon\dot{\varepsilon}), \quad (22)$$

gdzie $A(\alpha) = X(f)^{-1} \frac{\partial f}{\partial \alpha}$, $A_r = X(f)^{-1} \frac{\partial f}{\partial \alpha_r}$ oraz $A_\varepsilon = X(f)^{-1} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$ są pochodnymi cząstkowymi wyrażonymi w bazie algebry Liego. Z punktu widzenia warunku transwersalności krytyczna jest postać macierzy $A(\alpha)$, pozostałe składniki mają znaczenie pomocnicze i występują tylko, gdy funkcja jest przestrajana (skalowana lub przesuwana na grupie) w celu uzyskania szczególnych właściwości układu sterowania.

III.C Metoda odsprężania

Podstawowa idea zastosowania funkcji transwersalnych w sterowaniu polega na przybliżonym odsprężaniu układu otwartego z dryfem (zanikającym lub niezanikającym). W tym celu definiuje się pomocniczą funkcję z opisującą błąd śledzenia funkcji transwersalnej. W efekcie otrzymuje się równanie układu otwartego, które można odsprężać za pomocą sprzężenia od stanu, przy czym sygnał wejściowy ma rozszerzoną postać i obejmuje dodatkowe składowe opisujące pochodną $\dot{\alpha}$. Pochodną tę można interpretować jako chwilową częstotliwość oscylacji sygnałów określających rozwiązanie wewnętrznej dynamiki. Pozwala to na przybliżoną (praktyczną) stabilizację układu w pewnym otoczeniu punktu wyznaczanego przez trajektorię również w przypadku niedopuszczalnego ograniczonego dryfu.

Przypadek odtwarzania trajektorii dla robota wieloczołowego

Odwołując się do prac [A7] i [A6], rozwiązanie zadania odtwarzania trajektorii referencyjnej q_r określonej dla oryginalnej kinematyki Σ , lokalnie sprowadziłem do rozwiązania problemu stabilizacji układu pomocniczego (16) z zanikającym lub niezanikającym sygnałem dryfu (w przypadku trajektorii niedopuszczalnych). Słuszność tego podejścia wynika m.in. z następującej implikacji

$$(\tilde{\xi} \rightarrow e) \Rightarrow (\xi \rightarrow \xi_r) \Rightarrow ((\tilde{g} \rightarrow e) \wedge (\psi \rightarrow \psi_r)) \Rightarrow (q - q_r \rightarrow 0).$$

Jednocześnie przy założeniu ograniczenia składowych błędów $\tilde{\xi}$ dla $t \geq 0$ (co winien zapewniać algorytm sterowania), dla warunków początkowych $\tilde{g}(0) \in \mathbb{R}^2 \times (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $\varphi(0) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^N$ oraz trajektorii $\forall t \geq 0$, $\varphi_r(t) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^N$ na podstawie właściwości transformacji stanu można zagwarantować, że $\tilde{\theta}(t) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ oraz $\varphi(t) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})^N$, czyli spełnienie ograniczeń nałożonych na współrzędne w całym horyzoncie sterowania.

Warto przypomnieć, że w odróżnieniu od typowego zadania odtwarzania trajektorii, q_r może być trajektorią niedopuszczalną, a błąd sterowania z definicji nie musi zmierzać do zera, lecz do pewnego otoczenia zera, którego promień wynika z założeń projektowych. W celu stabilizacji układu (16) określiłem błąd pomiędzy $\tilde{\xi}$ a funkcją transwersalną f

$$z := \tilde{\xi} f^{-1}. \quad (23)$$

Różniczkując (23) po czasie i uwzględniając równanie układu otwartego (16) otrzymałem następującą dynamikę

$$\dot{z} = X^c(z) Ad^{X^c}(f) (\bar{C}_\xi \bar{w} + \tilde{p} - A_\varepsilon \dot{\varepsilon} - A_{\alpha_r} \dot{\alpha}_r), \quad (24)$$

przy czym A_r i A_ε wynikają z zależności (22), $\bar{w} := [w^\top \ \dot{\alpha}^\top]^\top \in \mathbb{R}^n$ oznacza rozszerzone wejście. Ze względu na odwracalność macierzy $\bar{C}_\xi := [C_\xi | -A] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ możliwa jest kompensacja dowolnego ograniczonego addytywnego dryfu za pomocą następującego linearyzującego sprzężenia zwrotnego

$$\bar{w} = \bar{C}_\xi^{-1} \left(Ad^{X^c}(f^{-1}) X^c(z)^{-1} \eta - \tilde{p} + A_\varepsilon \dot{\varepsilon} + A_{\alpha_r} \dot{\alpha}_r \right), \quad (25)$$

gdzie $\eta \in \mathbb{R}^n$. Po podstawieniu (25) do (24) otrzymuje się wielowymiarowy integrator $\dot{z} = \eta$, dla którego można projektować gładki stabilizator $\eta := \eta(z)$. W najprostszym przypadku przyjmuje się: $\eta = Kz$, gdzie $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą Hurwitza, co zapewnia wykładniczą stabilność układu zamkniętego.

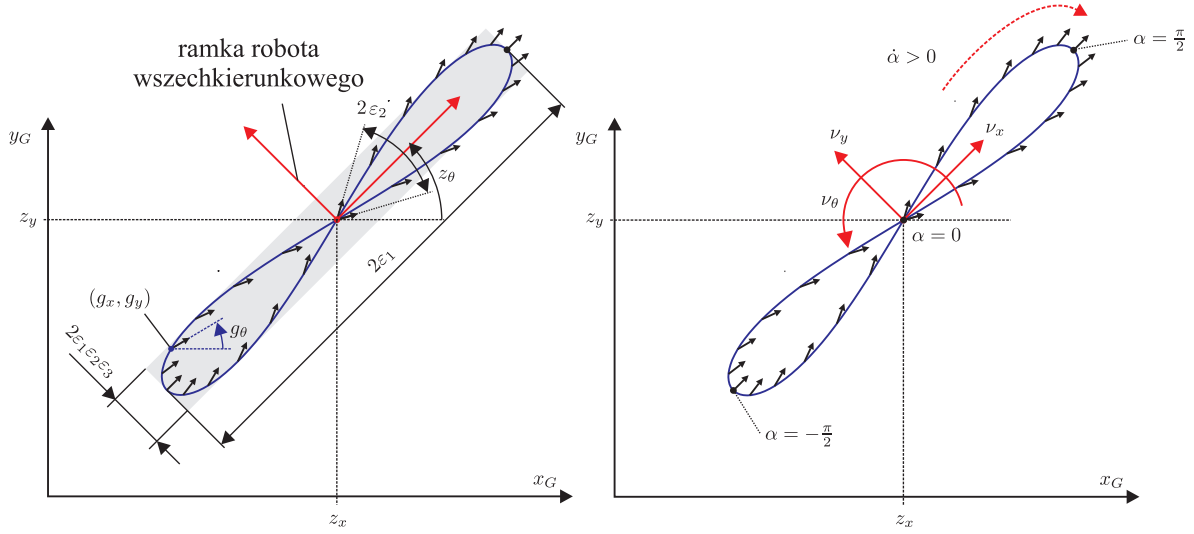
Przypadek odtwarzania trajektorii dla robota Raiberta w fazie lotu

W publikacji [A5] dzięki rozszerzeniu stanu wyraziłem kinematykę robota na grupie Liego w postaci analogicznej do (17). Założonym celem algorytmu sterowania jest ograniczenie błędu śledzenia dowolnej różniczkowalnej trajektorii $g_r \in G$ w obecności niezanikającego dryfu $X(g)\delta$. Dlatego stabilizacji podlega równanie układu otwartego opisujące dynamikę błędu odtwarzania trajektorii zdefiniowanego przez $\tilde{g} = g_r^{-1}g$. Równanie to w rozważanym przypadku przypomina postać (16). Dlatego algorytm odsprzęgający zaproponowany w [A5] ma podobną postać do (25). Warto zauważyć, że ze względu na rozszerzenie stanu, trajektoria zadana uwzględnia dodatkową fikcyjną składową, którą można wykorzystać do wpływania na odpowiedź układu zamkniętego.

Przypadek odtwarzania trajektorii dla robota z napędem różnicowym

Konstrukcja algorytmu odtwarzania trajektorii referencyjnej w przypadku omawianym w [A4] i [A1] jest analogiczna do tej analizowanej w [A5] – oba układy ewoluują na grupie Liego. Różnica polega przede wszystkim na zastosowaniu innej funkcji transwersalnej, którą wyraziłem za pomocą zależności (20). Wówczas wyznaczona dynamika błędu śledzenia funkcji transwersalnej ma postać

$$\dot{z} = X(z) Ad^X(f) (\bar{C}\bar{u} + \delta - Ad^X(\tilde{g}^{-1}) u_r + Ad^X(f^{-1}) A_r(\alpha_r) \dot{\alpha}_r), \quad (26)$$



Rysunek 6: Interpretacja geometryczna położenia i orientacji robota nieholonomicznego dla ustalonej postury robota wszechkierunkowego (ϵ_1 , ϵ_2 i ϵ_3 oznaczają parametry funkcji transwersalnej zdefiniowanej w [A2]).

przy czym $\tilde{g} = g_r^{-1} g$, $A_r(\alpha_r) = X(\tilde{f}_r)^{-1} \frac{\partial \tilde{f}_r}{\partial \alpha_r}$ (składnik ten jest zdefiniowany w innej bazie niż w standardowej definicji wynikającej z (22)), natomiast $\bar{C} = [C | -A] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $Ad^X(\cdot) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ i $\bar{u} := [u^\top \ \dot{\alpha}]^\top \in \mathbb{R}^3$. Następnie dla dynamiki (26) określone zostało sprzężenie $\bar{u} = F(\tilde{z}, f, u_r, \delta, \alpha_r)$, dla którego układ zamknięty przyjmuje postać $\dot{z} = -Kz$, gdzie K jest dodatnio określoną macierzą wzmocnień. W takim przypadku błąd z zmierza wykładniczo do elementu neutralnego grupy.

Przypadek robota nieholonomicznego o strukturze monocykła

W pracy [A2] technikę odsprężania zastosowałem bezpośrednio do bezdryfowej kinematyki monocykła opisanej równaniem (17) przy założeniu $\delta = 0$. Dla danego układu na grupie Liego można zdefiniować *układ stowarzyszony*, którego konfiguracja $z \in G$ znajduje się zawsze w pewnym otoczeniu konfiguracji $g \in G$. Określając różnice między konfiguracjami obu układów na grupie Liego przyjmuje się się, że

$$z^{-1}g := f, \quad (27)$$

tzn. funkcja transwersalna opisuje pewien, z definicji ograniczony, błąd. Różniczkując zależność (27) po czasie i przyjmując, że $\dot{f} = A(\alpha)\dot{\alpha}$ analogicznie jak w (22) w rozważanym przypadku otrzymuje się

$$\dot{z} = X(z)Ad^X(f)\bar{C}(\alpha)\bar{u}, \quad (28)$$

gdzie $\bar{u}$, $\bar{C}$ i Ad^X są zdefiniowane podobnie jak w równaniu (26). Następnie zaprojektowałem regułę sterowania określoną przez

$$\bar{u} = \bar{C}^{-1}(\alpha)Ad^X(f^{-1})v, \quad (29)$$

gdzie $v \in \mathbb{R}^3$ jest nowym wejściem sterującym. Można łatwo pokazać, że sprzężenie to zastosowane do (28) daje układ w postaci

$$\dot{z} = X(z) v,$$

który opisuje kinematykę robota planarnego bez ograniczeń fazowych (tj. robota wszechkierunkowego). Przyjmując, że $v = [v_x \ v_\theta \ v_y]^\top$ poszczególne elementy tego wektora można postrzegać jako prędkości elementarnych ruchów wyrażonych w układzie lokalnym robota – por. rys. 6.

Sterownik opisany zależnością (29) można interpretować jako *algorytm sterowania robotem z więzami nieholonomicznymi o kinematyce monocykla, który umożliwia aproksymację dowolnej różniczkowalnej trajektorii* określonej dla robota wszechkierunkowego przy zachowaniu warunku (27). Aproksymacja może być więc realizowana z dowolną dokładnością, wynikającą z przyjętych parametrów funkcji f . W uproszczeniu można stwierdzić, że algorytm (29) wirtualnie „przekształca” układ z ograniczeniami fazowymi w układ pozbawiony takich ograniczeń.

Optymalizacja sprzężenia zwrotnego

W publikacjach [A7] i [A6] rozważyłem technikę sterowania optymalnego, której celem jest *minimalizacja chwilowego kosztu sterowania przy zachowaniu ograniczeń* wynikających z dynamiki (24) i postulowanej dynamiki układu zamkniętego $\dot{z} = F(\cdot)$. Optymalizowany wskaźnik jakości określiłem przez $J(\bar{v}) = \frac{1}{2} \bar{v}^\top W_1 \bar{v}$, gdzie $\bar{v} := [v^\top \ \dot{\alpha}^\top]^\top \in \mathbb{R}^n$ oraz $W_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą dodatnio określoną. Warto w tym miejscu zauważyć, że optymalizacji podlega koszt związany z rzeczywistym sygnałem wejściowym określonym dla kinematyki Σ a nie z przekształconym wejściem w . Problem syntezy optymalnego sprzężenia zwrotnego rozważono przy założeniu wykładniczej stabilności układu zamkniętego postulując: $\dot{z} = -W_2 z$, gdzie $W_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą dodatnio określoną. Szczegółowe wyprowadzenie optymalnej postaci sprzężenia zwrotnego podałem w [A7]. Z uwagi na to, że zaprojektowany sterownik optymalny wykazuje osobliwość w punkcie $z = e$ rozważyłem jego modyfikację i przedstawiłem *wersję suboptymalną*, która zachowuje wykładniczą stabilność układu zamkniętego przy jednoczesnym osłabieniu jakości optymalizacji kosztu $J(\bar{v})$, gdy z zmierza do e .

Technikę optymalizacji sprzężenia zwrotnego uwzględniłem również w pracy [A5], przy czym optymalizacji podlegał chwilowy koszt sterowań uwzględniający sygnały u_1 i ω dla robota Raiberta w fazie lotu.

III.D Badanie szczegółowych właściwości algorytmu i optymalizacja parametryczna funkcji transwersalnej dla przypadku wielowymiarowego

Projektowanie sterownika wykorzystującego metodykę funkcji transwersalnych jest złożonym zadaniem. W szczególności dla układów wielowymiarowych, o wysokim stopniu nieholonomii, do których należą pojazdy z wieloma przyczepami, trudno jest znaleźć intuicyjną interpretację poszczególnych parametrów algorytmu sterowania, zwłaszcza w odniesieniu do parametrów funkcji transwersalnej.

Problematyce tej poświęciłem pracę [A6], w której oceniałem właściwości algorytmu zaproponowanego w [A7] szczegółowo rozważając przypadek pojedynczej i dwóch przyczep.

Analiza podzielona została na dwa etapy. Pierwszy dotyczy zagadnienia parametryzacji i skalowania funkcji transwersalnej, natomiast drugi oceny wpływu tej parametryzacji na właściwości dynamiki toru otwartego i zamkniętego. W sensie teoretycznym parametryzacja funkcji transwersalnej w pierwszej kolejności wynika ze spełnienia warunku transwersalności (10). Choć podany warunek można wyrazić analitycznie, to jednak w przypadkach układów wielowymiarowych wybór parametrów funkcji transwersalnej nie jest oczywisty. W analizowanych przykładach, przy założeniu, że $n = \dim \mathcal{Q}$, liczba parametrów funkcji wynosi $2(n-2)$, zatem już dla dwóch przyczep (czyli dla $n = 5$) należy na etapie projektowym wybrać sześć parametrów.

Z uwagi na trudność oceny właściwości funkcji transwersalnej w sensie globalnym z uwagi na dużą nieliniowość problemu, zaproponowałem *probabilistyczny algorytm próbkowania dziedziny funkcji oraz przestrzeni jej parametrów*. Na tej podstawie określone zostały *zbiory dopuszczalnych parametrów*, dla których spełniony jest warunek transwersalności. Następnie wyznaczony został *zbiór parametrów znormalizowanych* poprzez skalowanie parametrów dopuszczalnych na podstawie kryterium maksymalnej normy jednorodnej, którą przyjmuje funkcja na swojej dziedzinie $\mathbb{T}^{n-2}$. Zastosowanie normy jednorodnej do opisu odległości a nie klasycznej normy Euklidesowej wynika ze struktury rozmaitości (w rozważanym przypadku funkcja transwersalna ewoluuje na grupie Liego G^c , której algebra jest zbiorem niezmienniczych jednorodnych pól wektorowych), dla której skalowanie funkcji oraz jej parametrów za pomocą operatora dylatacji jest niezmiennicze względem warunku transwersalności.

Następnie dla parametrów znormalizowanych badałem właściwości sprzężenia odsprzęgającego (25), dla którego macierz $P := \bar{C}_\xi^{-1} Ad^{X^c}(f^{-1})$ zależna od funkcji transwersalnej decyduje o wzmocnieniu toru otwartego. Biorąc to pod uwagę wyznaczyłem *zbiór parametrów optymalnych*, które przy ustalonej maksymalnej normie jednorodnej funkcji transwersalnej minimalizują normę Frobeniusa macierzy P . Ze względu na zmniejszenie wypadkowego wzmocnienia w torze otwartym uzyskuje się większą odporności układu zamkniętego na addytywne zakłócenia (w tym pomiarowe, które można częściowo sprowadzić do przypadku zakłócenia addytywnego).

Pożądany stopień odporności sterownika, wynikający z warunków implementacji i ograniczenia dopuszczalnych częstotliwości sygnałów w układzie zamkniętym, uniemożliwia dowolne zmniejszanie normy funkcji transwersalnej. Problem ten opisano analitycznie w [A6]. W praktyce wymagany jest zatem kompromis pomiędzy minimalizacją normy funkcji transwersalnej a minimalizacją wrażliwości układu zamkniętego na zakłócenia.

Szczegółowe wyniki dotyczące wyboru parametrów optymalnych, wpływu skalowania funkcji na wzmocnienie w torze otwartym i błąd w stanie ustalonym w przestrzeni konfiguracji $\mathcal{Q}$ przedstawiono dla pojazdu z jedną i dwiema przyczepami o znormalizowanych jednostkowych odległościach pomiędzy sąsiednimi segmentami. Wymienione właściwości badano dla klasycznej (CTF) i uogólnionej (GTF) definicji funkcji transwersalnej. Pokazano, że przypadku CTF trudno jest zapewnić małe błędy w zadaniu stabilizacji, przede wszystkim w odniesieniu do konfiguracji wewnętrznej gdy zakłada się, że konfigura-

cja zadana opisuje niewyprostowany łańcuch wewnętrzny.

III.E Analiza dynamiki wewnętrznej

Przypadek robota o kinematyce monocykla z wykorzystaniem przybliżonego odsprężania

Zastosowaniu algorytmu (29) do sterowania robotem o kinematyce monocykla towarzyszy dynamiczne sprzężenie zwrotne, gdyż sygnał $u \in \mathbb{R}^2$ zależy od funkcji transwersalnej, której argumentem jest zmienna α , będąca rozwiązaniem dodatkowej dynamiki. Równanie tej rozszerzonej dynamiki jest określone bezpośrednio na podstawie równań sterownika i w rozważanym przypadku można je wyrazić przez

$$\dot{\alpha} = -\frac{1}{A_2(\alpha)} Ad_1^X(f^{-1}) v, \quad (30)$$

gdzie $A_2(\alpha) \in \mathbb{R}$ wynika z następującej dekompozycji macierzy $A(\alpha) = [A_1^\top(\alpha) \ A_2^\top(\alpha)]^\top \in \mathbb{R}^3$, natomiast $Ad_1^X(\cdot) = [0 \ 0 \ 1] Ad^X(\cdot) \in \mathbb{R}$. W pracy [A2] szczegółowo analizowałem rozwiązanie dynamiki (30) z uwzględnieniem jej stabilności dla założonych postaci sygnału v , definiującego ruch robota wszechkierunkowego. Rozważyłem pięć przypadków obejmujących trajektorie dopuszczalne lub niedopuszczalne dla kinematyki monocykla. Wykazałem, że dynamika rozszerzona jest stabilna jeśli ruch wynikający z wejścia v nie narusza silnie więzów nieholonomicznych w stosunku do normy funkcji transwersalnej. Warunki te wyraziłem analityczne, a w przypadkach gdy dokładne rozwiązanie nie było możliwe, wykorzystałem metody numeryczne. Podane zależności i wykresy pozwalają na ocenę rozwiązania dynamiki oraz ilościowe określenie stopnia oscylacyjności przebiegów w przypadku trajektorii niedopuszczalnych.

Przypadek odtwarzania trajektorii dla robota z napędem różnicowym

W [A1] zaprojektowałem *nową metodę sterowania uwzględniającą stabilizację dynamiki rozszerzonej*. W celu zbadania stabilności tej dynamiki po ustaniu stanów przejściowych opisujących ewolucję błędu z , równanie sterownika wyraziłem na dynamice zerowej, określając $\bar{u} = F(z, f, u_r, \delta, \alpha_r)|_{z=e}$. Następnie rozpatrując równania określające pochodną $\dot{\alpha}$ otrzymałem następującą postać dynamiki rozszerzonej

$$\dot{\alpha} = -\Omega_\alpha(\alpha, \alpha_r) (u_r - Ad^X(f) \delta - A_r(\alpha_r) \dot{\alpha}_r), \quad (31)$$

gdzie $\Omega_\alpha(\alpha, \alpha_r) = A_2^{-1}(\alpha) Ad_1^X(f^{-1})$. Warto zauważyć, że równanie (31) jest ogólnym przypadkiem zależności (30).

Dalej prowadziłem analizę szczegółową dla przypadku nominalnego zakładając przypadek trajektorii dopuszczalnej oraz przyjmując postać funkcji GTF, tj. przyjmując zależność (21). Definiując $\tilde{\alpha} := \alpha_r - \alpha$ można pokazać, że dla $\tilde{\alpha} = 0$ zachodzi $f = e$, co wobec $z = e$ implikuje $\tilde{g} = e$, czyli zerowy błąd odtwarzania trajektorii g_r . W celu znalezienia warunków asymptotycznej stabilności w punkcie $\tilde{\alpha} = 0$

zdefiniowałem następującą dynamikę

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -\Omega_{\alpha}(\alpha, \alpha_r) u_r + (I - \Omega_{\alpha}(\alpha, \alpha_r) A_r(\alpha_r)) \dot{\alpha}_r, \quad (32)$$

dla którego $\tilde{\alpha} = 0$ jest punktem równowagi. Na podstawie analizy numerycznej określiłem zbiór dopuszczalnych wartości parametru $\alpha_r = \text{const}$, dla którego dynamika (32) jest lokalnie asymptotycznie stabilna. *Zaproponowałem także metodę przybliżoną doboru parametru $\alpha_r = \alpha_{opt}^*$, gdzie α_{opt}^* wynika z poszukiwania minimalnej wartości własnej aproksymacji liniowej dla danego wejścia u_r .*

Przedmiotem szczegółowej analizy była także *możliwość asymptotycznej stabilizacji układu (32) przy braku ruchu referencyjnego, tj. dla $u_r = 0$* . Wykazałem formalnie, że następująca reguła adaptacji

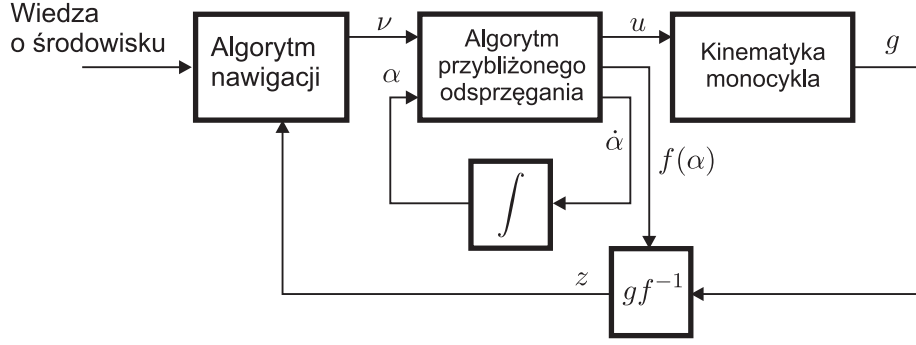
$$\dot{\alpha}_r = -k_{\alpha} \tilde{\alpha},$$

gdzie $k_{\alpha} > 0$ jest dodatnim współczynnikiem, przy $u_r = 0$ zapewnia, że punkt $\tilde{\alpha} = 0$ jest lokalnie asymptotycznie stabilny punktem równowagi dynamiki (32). Z uwagi na, że aproksymacja liniowa dynamiki (32) posiada zerową wartość własną dla $u_r = 0$, w celach dowodowych wykorzystałem aproksymację wyższego rzędu, na podstawie której wykazałem zbieżność wielomianową w otoczeniu zera. Taki charakter zbieżności jest właściwy gładkim asymptotycznym stabilizatorom układów nieholonomicznych. Dlatego w celu uzyskania zbieżności wykładniczej i poprawy czasu regulacji przy zachowaniu gładkości sprzężenia zwrotnego niezbędne jest uchylenie założenia stabilności asymptotycznej. Pokazałem formalnie, że gdy warunek (21) jest naruszony, dzięki modyfikacji postaci funkcji $\tilde{f}_r$ (lub zmianie jej parametrów) możliwe jest skrócenie czasu regulacji, przy niezerowym błędzie w stanie ustalonym. Błąd ten zależy od szczególnej postaci funkcji transwersalnej f i może być dowolnie ograniczany (również do zera). Należy też podkreślić, że zmniejszanie promienia otoczenia, do którego zbieżają trajektorie błędów $\tilde{g}$ nie wymaga skalowania składowych funkcji $\tilde{f}$, dzięki czemu można uzyskać zachować żądaną odporność algorytmu na niemodelowaną dynamikę i zakłócenia pomiarowe. Algorytm, który *zaproponowałem w [A1] umożliwia płynne przechodzenie pomiędzy fazą stabilności asymptotycznej do stabilizacji praktycznej bez zmiany struktury sterownika i funkcji transwersalnej.*

III.F Wybrane zastosowania sterowania ruchem w robotyce mobilnej

Uniwersalny algorytm nawigacji robota o kinematyce monocykla

Zaproponowana metoda od sprzęgania dla kinematyki monocykla może być w naturalny sposób połączona z algorytmem nawigacji, który odpowiada za bezkolizyjny ruch w środowisku z przeszkodami. Ogólną koncepcję takiej struktury przedstawia rys. 7. Zakłada się tutaj, że warstwa sterowania nadrzędnego, czyli nawigatora (algorytmu nawigacji) ma dostęp do konfiguracji robota wszechkierunkowego, dysponuje informacją o topologii środowiska robota (ewentualnie pobiera informacje sensoryczne, które pozwalają aktualizować opis tego środowiska) oraz realizuje pewne zdefiniowane zadanie ruchu (np. do-



Rysunek 7: Schemat blokowy układu sterowania zdefiniowanego w pracy [A2].

jazd do punktu z założoną pozycją i orientacją). Na tej podstawie nawigator wyznacza bezkolizyjny ruch dla robota bez ograniczeń fazowych, który jest aproksymowany z założoną dokładnością przez pojazd rzeczywisty. Z uwagi na to, że wirtualna bezkolizyjna trajektoria $z(t)$ nie gwarantuje braku kolizyjności dla rzeczywistej trajektorii $g(t)$ na etapie nawigacji konieczna jest odpowiednia modyfikacja kształtu elementów środowiska uwzględniająca wielkość otoczenia z , która zależy od funkcji transwersalnej f (w praktyce należy także uwzględnić niezerowe wymiary robota). Warto podkreślić, że algorytm nawigacji zaprojektowany dla robota wszechkierunkowego może niezależnie wpływać na trajektorię pozycji i orientacji. Dzięki metodzie funkcji transwersalnych ruch taki może być wykonany z ograniczonym błędem przez pojazd nieholonomiczny, który w tym przypadku można postrzegać jako rodzaj elementu wykonawczego.

W publikacji [A2] zdefiniowałem *przykładowy algorytm nawigatora odwołując się do techniki funkcji potencjalnych* zakładając opis przeszkód w postaci figur gwiazdzystych. Problem minimów lokalnych został wyeliminowany poprzez założenie ograniczonego obszaru oddziaływania przeszkód oraz lokalnego przekształcenia przeszkód gwiazdzystych w koła o odpowiednim promieniu. Następnie określając potencjał i gradient dla przeszkód kołowych wyznaczono pole wektorowe $Z \in \mathbb{R}^2$ w przestrzeni zadania uwzględniając pole przyciągające określone przez cel (statyczny lub dynamiczny, tj. opisujący pewną trajektorię ruchu). Wejście do algorytmu odsprężającego zaproponowałem w postaci następującej

$$v = X^{-1}(z)Z^*,$$

gdzie $Z^* = [Z^\top Z_\theta]^\top \in \mathbb{R}^3$ uwzględnia pole Z wyznaczone na podstawie gradientu potencjału oraz składnik Z_θ opisujący prędkość kątową wirtualnego robota wszechkierunkowego. Wybór ostatniego składnika, związanego z ruchem obrotowym, z teoretycznego punktu widzenia jest dowolny. Jednak biorąc pod uwagę typowe scenariusze można przyjąć założenie, że ruch projektowany przez algorytm nawigacji nie powinien znacząco naruszać więzów robota nieholonomicznego, jeśli nie wynika to z wymagań szczególnych. Biorąc pod uwagę tę przesłankę opracowałem *odporny algorytm sterowania orientacją*, którego celem jest ograniczanie składowej v_y , określającej ruch w kierunku niedozwolonym dla kinematyki monocykła. Ze względu na zastosowaną metodę odsprężania precyzyjne spełnianie więzów nie jest niezbędne. Pozwala to zasadniczo zmniejszyć wrażliwość na szum pomiarowy oraz wyeliminować

wpływ osobliwości obliczania orientacji w przypadku, gdy pole wektorowe Z degeneruje się (pojawia się wtedy problem właściwy reprezentacji biegunowej).

W tej samej pracy określiłem także *metodę adaptacji funkcji transversalnej*, która skaluje jej wielkość w zależności od złożoności środowiska. Jako miarę złożoności przyjąłem potencjał odpychający i zaproponowałem zmianę parametru $\varepsilon_1 > 0$ opisującego maksymalną odległość Euklidesową pomiędzy pozycją robota wszechkierunkowego i monocykla (rys. 6) w ograniczonym przedziale na podstawie filtrowanego potencjału. W przypadku, gdy potencjał zanika parametr ε_1 zmierza do kresu górnego przedziału (warunki aproksymacji są łatwiejsze), z kolei wzrostowi potencjału towarzyszy zmniejszenie ε_1 .

Realizacja zadania przejazdu przez punkty

W robotyce, w tym robotyce mobilnej, oprócz typowych zadań sterowania takich jak stabilizacja w punkcie czy odtwarzanie trajektorii rozpatruje się także inne problemy sterowania ruchem motywowane praktycznie. Należy do nich m.in. waypoint-following, czyli osiągnięcie kolejnych izolowanych punktów w przestrzeni zadania. W tym przypadku operator lub algorytm nawigacji nadrzędnej definiuje punkty charakterystyczne, przez które (albo w pobliżu których) powinna przechodzić trajektoria procesu. Dodatkowo przyjmuje się pewne założenia dotyczące prędkości osiągnięcia tych punktów – w efekcie można wyróżnić przypadek stabilizacji i przejścia przez punkt (z niezerową prędkością).

Problem ten rozważyłem w publikacjach [A4], [A3] oraz [A1] dla robota z napędem różnicowym, gdzie zaproponowałem rozwiązanie omawianego zadania metodą pośrednią. W tym celu zdefiniowałem *hybrydową strukturę sterowania* obejmującą *algorytm lokalnego planowania ścieżki i trajektorii* oraz *sterownik ruchu wykorzystujący gładkie sprzężenie zwrotne*. Zadaniem algorytmu planowania (tzw. planera) jest określenie ścieżki i profilu prędkości, czyli tzw. segmentu, który łączy kolejne punkty. Z kolei algorytm sterowania ze sprzężeniem zwrotnym zapewnia wymagany poziom odporności na zakłócenia i niepewności modelu.

Wyniki prac [A4], [A3] oraz [A1] pokazują, że metoda połączenia podstawowego generatora trajektorii z algorytmem śledzenia tej trajektorii pozwala właściwie uwzględnić dodatkowe ograniczenie nałożone na proces sterowania. W rozpatrywanym zastosowaniu pokazałem, że jest ona skuteczna w ograniczaniu zjawiska poślizgu, pozwala na redukcję często negatywnych stanów przejściowych sterownika ze sprzężeniem zwrotnym oraz umożliwia płynne skalowanie prędkości ruchu, co w praktyce ma duże znaczenie m.in. z uwagi na aspekty bezpieczeństwa.

Do realizacji zadania planowania pomocniczej trajektorii użyłem wielomianów sklepanych stopnia piątego. Dzięki temu uzyskuje się ciągłość prędkości oraz przyspieszeń w punktach łączenia krzywych, którymi są punkty przejazdowe. Przyjąłem, że krzywizna w punkcie przejazdowym jest zerowa, co pozwala zachować ciągłość prędkości kątowej w ruchu planarnym. W pracach [A4] i [A3] przyjąłem, że trajektoria generowana przez algorytm jest prawie dopuszczalna dla robota SSMR, tj. spełnia ograniczenia nieholonomiczne definiowane dla monocykla.

Zadanie opisu segmentu pomiędzy kolejnymi punktami zostało sprowadzone do przypadku znor-

malizowanego. W tym celu wykorzystałem opis błędu konfiguracji na grupie Liego, podobnie jak w przypadku procesu sterowania. Uzyskano dzięki temu jednorodność notacji dla zadania sterowania i planowania ruchu. Każdy z segmentów może być kształtowany za pomocą dodatkowych parametrów, przy czym ze względu na warunek zachowania ciągłości orientacji przyjąłem, że znak prędkości postępowej jest stały w ramach danego segmentu. W ten sposób wyróżniłem strategię ruchu specyfikowaną pomiędzy kolejnymi punktami przejazdowymi (ruch przodem lub tyłem). Dodatkowo w pracy [A1] rozważyłem uogólniony przypadek planowania ruchu referencyjnego dopuszczając przypadek trajektorii jawnie naruszającej więzy nieholonomiczne. Można go postrzegać jako rozszerzenie możliwości układu sterowania ruchem robota z więzami nieholonomicznymi.

Oprócz projektowania geometrii segmentu z punktu widzenia zaproponowanej strategii sterowania istotne jest wyznaczenie prędkości ruchu odniesienia. W tym celu wykorzystałem algorytm skalowania czasu, który pozwala na skalowanie prędkości referencyjnych przy założonych ograniczeniach projektowych. Uwzględniając aspekty praktyczne przyjąłem, że prędkość postępową zmienia się w ciągły sposób w ramach każdego segmentu. W pracy [A1] zaproponowałem *gładką metodę skalowania prędkości referencyjnych* w celu usunięcia efektu gwałtownego nasycania wartości sygnałów na granicach przedziałów. Uzyskany dzięki temu przebieg referencyjny w zauważalny sposób ma ograniczoną pochodną w obszarze nasycenia w porównaniu do klasycznej metody skalowania zastosowanej w [A4] i [A3].

Do rozwiązania problemu odtwarzania trajektorii wykorzystałem dwie strategie. W pracy [A3] rozważyłem klasyczną wersję algorytmu odtwarzania trajektorii wykorzystującego gładkie sprzężenie zwrotne. Do wyprowadzenia postaci sterownika użyłem opisu na grupie Liego w celu uzyskania większej ogólności rozważań. Otrzymany projekt sprzężenia zwrotnego, choć wyrażony jest w innym układzie współrzędnych, przypomina wynik podany przez Samsona dla robota o kinematyce monocykla, [4]. Podstawowe właściwości sterowników są jednak analogiczne, tj. szybkość zbieżności błędu zależy rodzaju trajektorii, która musi wprowadzać ustawiczne pobudzenie do układu zamkniętego. Stabilizacja w punkcie stałym ma tylko charakter lapunowski, tj. błąd konfiguracji pozostaje w otoczeniu zależnym od warunku początkowego – por. sterownik hybrydowy rozpatrywany w [A9]. W takim przypadku rola pomocniczego planowania ruchu referencyjnego ma priorytetowe znaczenie, gdyż decyduje o możliwości osiągnięcia danego punktu z wymaganą dokładnością (można tutaj stosować podejście iteracyjne, w przypadku gdy promień otoczenia jest za duży).

Druga technika sterowania, szczegółowo omówiona w [A1], oparta została na metodzie funkcji transwersalnych. Od strony teoretycznej główną innowacją, którą rozważam w [A1] (jako rozszerzenie koncepcji wstępnie zarysowanej w [A4]) jest *nowa postać funkcji transwersalnej wykorzystująca przesunięcie na grupie Liego*. Pozwala ona na zaprojektowanie sterownika ruchu zapewniającego asymptotyczną lub praktyczną stabilność w zadaniu odtwarzania trajektorii odniesienia – w tym trajektorii niedopuszczalnej oraz zdegenerowanej do stałego punktu. Stabilność udowodniłem formalnie wykorzystując aproksymację wyższego rzędu dla nieliniowego układu zamkniętego w otoczeniu punktu równowagi. Ponadto w [A1] wprowadziłem nową metodę przestrajania funkcji transwersalnej GTF, uwzględniającą stabilność rozszerzonej dynamiki i zaproponowałem algorytm przestrajania parametru tej funkcji na pod-

stawie sygnałów definiujących lokalną trajektorię odniesienia.

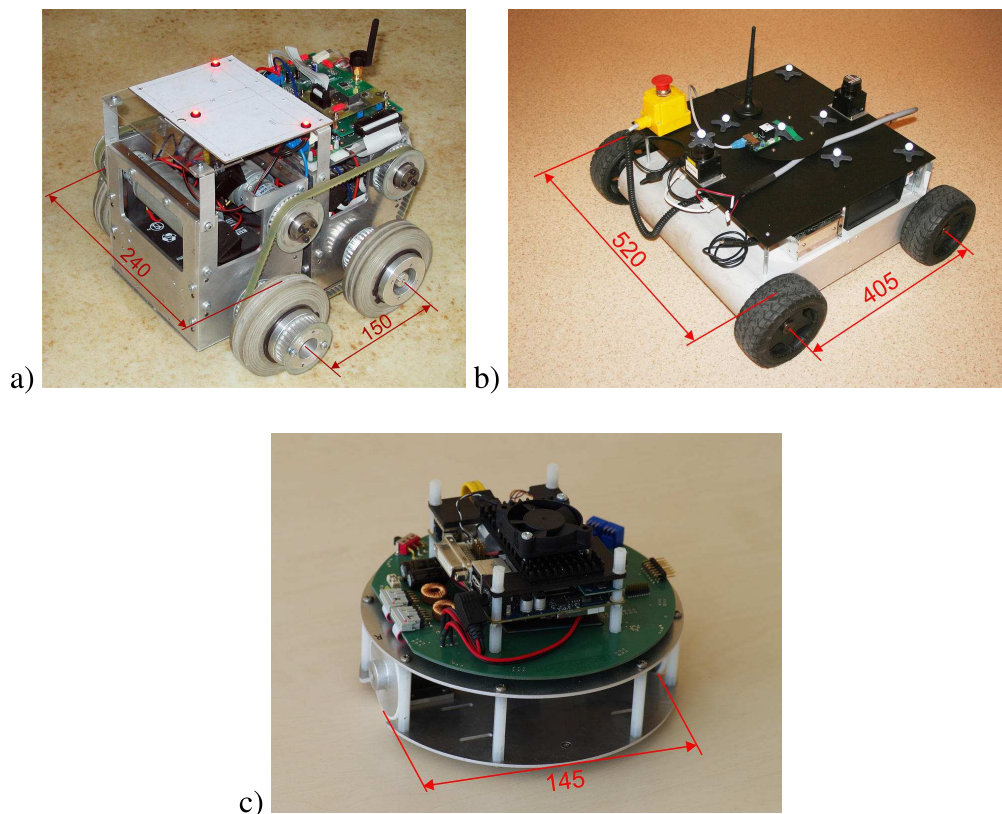
III.G Badania symulacyjne

Badania teoretyczne dotyczące metod sterowania układami nieholonomicznymi uzupełniałem analizą symulacyjną, której podstawowym celem było określenie jakości sterowania i wstępna ocena możliwości implementacji algorytmów w praktyce. W większości przypadków symulacje wykonywałem w środowisku Matlab/Simulink, choć również korzystałem z symulatora wbudowanego w środowisko KSIS framework (opracowane w jednostce KSIS specjalnie na potrzeby implementacji algorytmów sterowania i nawigacji robotów mobilnych) współpracujące z oprogramowaniem ROS (dotyczyło to głównie wstępnej weryfikacji algorytmów badanych na stanowisku eksperymentalnym). Poniżej przedstawiam krótką charakterystykę wyników symulacyjnych, które przedstawiono w cyklu publikacji.

W pracy [A7] badałem właściwości układu zamkniętego w przypadku deterministycznym skupiając się na wybranych scenariuszach zadań sterowania ruchem, które obejmowały: problem stabilizacji w punkcie, odtwarzania trajektorii dopuszczalnej i niedopuszczalnej. Ocenilem właściwości techniki sterowania suboptymalnego, która w przypadku znaczących błędów początkowych pozwalała uzyskać mniej oscylacyjne stany przejściowe. Sprawdziłem działanie algorytmu w przypadku stabilizacji obejmującej również przypadek, gdy w zadanej konfiguracji łańcuch kinematyczny robota nie jest wyprostowany.

W publikacji [A6] przedstawiłem wyniki symulacji zakładając niepewność pomiaru położenia i orientacji przyczepy na poziomie reprezentatywnym, którego można oczekiwać w warunkach rzeczywistych (odwołałem się tutaj m.in. do wyników pracy [A10]). Badałem odporność algorytmu na wybrane zakłócenie na podstawie serii symulacji. Na tej podstawie pokazałem, że w warunkach szumu trudno uzyskać akceptowalną jakość odtwarzania trajektorii w przypadku klasycznej funkcji transwersalnej (CTF) nawet jeśli używa się parametrów optymalnych. Utrzymanie żądanego stopnia odporności, wymaga bowiem ustalenia stosunkowo dużej wartości parametru ε , co stoi w sprzeczności wobec oczekiwanej dokładności śledzenia. Na podstawie zarejestrowanych wyników można stwierdzić, że tylko uogólniona wersja funkcji transwersalnych (GTF) pozwalała uzyskać wymaganą jakość sterowania i poziom odporności układu zamkniętego w zadaniu odtwarzania dopuszczalnej trajektorii. Warto też zwrócić uwagę, że w przypadku trzech przyczep stabilność numeryczna algorytmu, do symulacji którego wykorzystano obliczenia podwójnej precyzji, często nie była satysfakcjonująca z uwagi na trudności odwracania macierzy, [A7]. Wskazuje to na potencjalne trudności wykorzystania metody w sterowaniu złożonych struktur nieholonomicznych.

W [A5] właściwości układu sterownia zbadałem dla kinematyki robota Raiberta w locie przyjmując określone parametry struktury mechanicznej. Rozważyłem zadanie stabilizacji w otoczeniu punktu zadanego w przypadku zerowego i niezerowego momentu pędu. Pokazałem, że zaprojektowany algorytm pozwala na stabilizację układu z założoną dokładnością w warunkach niezanikającego dryfu. Zaobserwowałem, że w przypadku większego błędu początkowego metoda sterowania suboptymalnego zna-



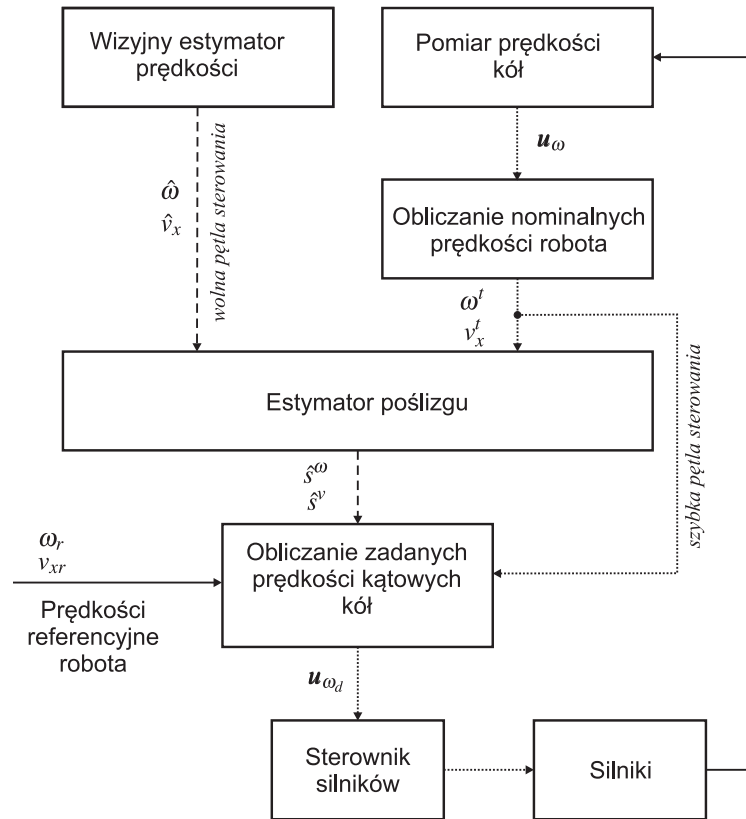
Rysunek 8: Laboratoryjne roboty z napędem różnicowym wykorzystywane w badaniach eksperymentalnych (w nawiasach podano podstawowe wymiary w [mm]): a) MMS SSMR, b) Roksis, c) MTracker

cząco zmniejsza oscylacyjność stanów przejściowych i poprawia jakość dynamiczną (porównano koszt sterowania za pomocą wskaźników całkowych). Analizie podlegał również scenariusz aproksymacji trajektorii w obecności zerowego i niezerowego momentu pędu. Na podstawie otrzymanych wyników potwierdziłem właściwości algorytmu sterowania wynikające z przesłanek teoretycznych. Jednocześnie wskazałem na trudność rozwiązania problemu stabilizacji dla rozważanej struktury w warunkach niezerowanego momentu pędu (bez dodatkowych elementów kompensujących, które w praktyce używa się np. dla robotów kosmicznych), ponieważ kompensacja niezerowego momentu pędu wymaga dużego wydatku energetycznego. Z tego powodu konieczne wydaje się osłabienie żądanej dokładności stabilizacji, na co rozważana metoda pozwala dzięki możliwości strojenia funkcji transwersalnej.

IV. Badania eksperymentalne

Metoda stabilizacji wykorzystująca funkcje transwersalne, mimo dużej uniwersalności i interesującego opisu z punktu widzenia teorii sterowania, należy do trudnych w implementacji. Autorowi wniosku znane są tylko nieliczne przykłady opublikowanych wyników weryfikujących eksperymentalnie właściwości tego algorytmu.

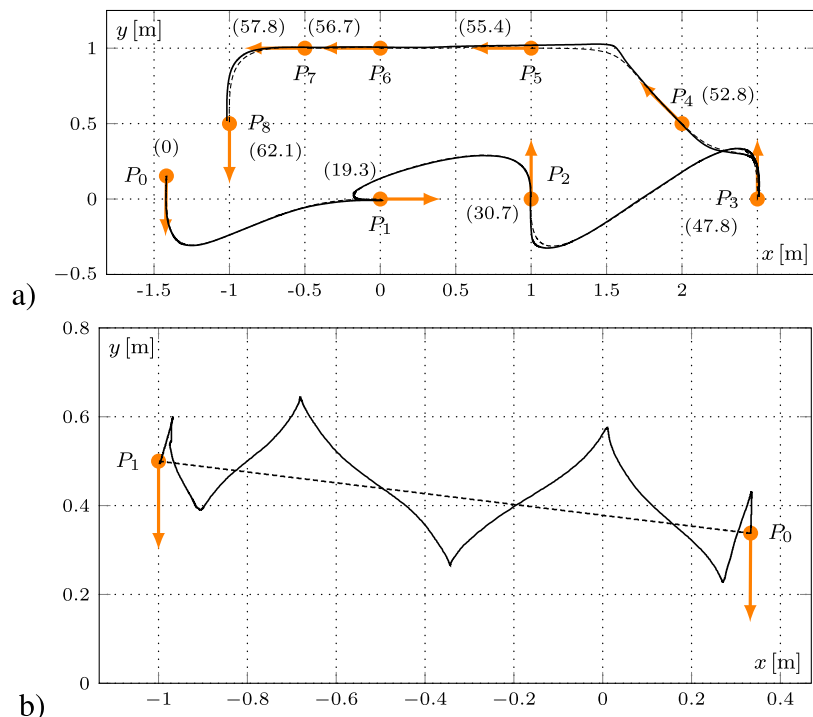
W części moich prac odwołuję się do przykładu sterowania robotem mobilnym wyposażonym w napęd wielokołowy typu skid-steering. Obiekty te niejako z definicji należy rozpatrywać na podstawie



Rysunek 9: Schemat kompensatora poślizgu zdefiniowany w [A10]

modelu zaburzonego, ponieważ ich szczegółowy opis jest trudny i mało precyzyjny (ze względu na silnie nieliniowe zjawisko tarcia i oddziaływania między kołem i nawierzchnią). Krytyczne mogą być także zagadnienia implementacyjne, w tym pomiarowe. Z punktu widzenia zastosowania algorytmu opisanego w ciągłej dziedzinie czasu należy zwrócić uwagę na problem dyskretyzacji oraz dokładności pomiaru postury robota w zewnętrznym układzie współrzędnych. Dla pojazdów, dla których występuje poślizg najczęściej wymaga się także pomiaru/estymacji prędkości do ograniczenia wpływu tego zakłócenia poprzez wykorzystanie sprzężenia w przód.

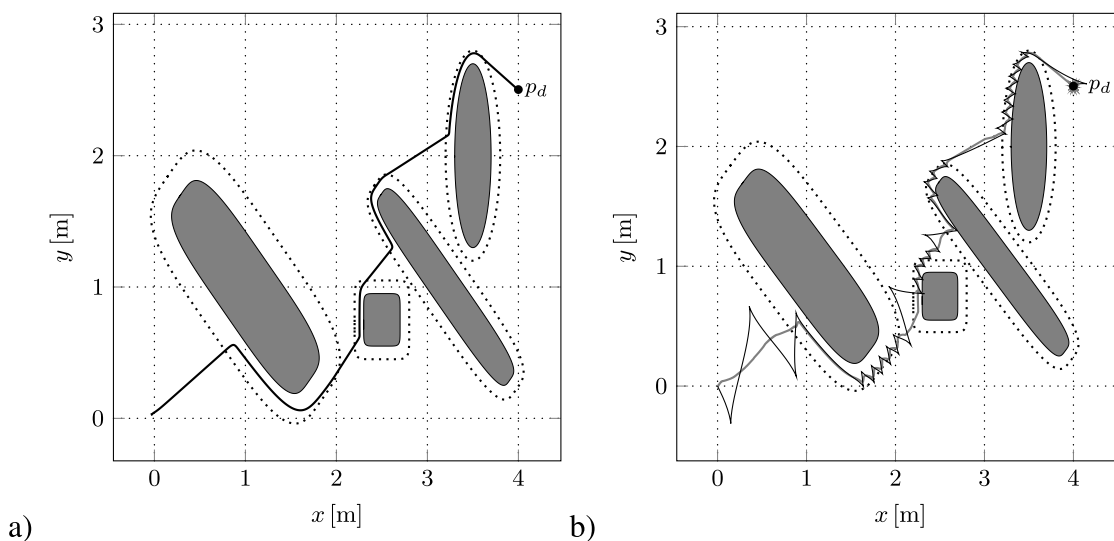
W publikacji [A10] rozważałem metodę precyzyjnego pomiaru położenia i orientacji robota na płaszczyźnie za pomocą wizyjnego systemu śledzącego obraz znaczników wykorzystujących diody LED. W tym celu zastosowany został algorytm przetwarzania sygnału dwuwymiarowego opracowany przez jednego ze współautorów pracy, który na podstawie metody splotu pozwala uzyskać subpikselową dokładność wyznaczania współrzędnych pojedynczego punktu świetlnego. Z zasady działania tej metody wynika konieczność dokładnego doboru ekspozycji, tak aby zachować odpowiedni stosunek sygnału do szumu, a za razem nie przekroczyć poziomu nasycenia przetwornika obrazowego. Wykonane podstawowe badania eksperymentalne metody i opracowane na ich podstawie opisy statystyczne wskazują na dużą precyzję uzyskanego wyniku, wielokrotnie przekraczającą poziom dyskretyzacji wynikający z rozdzielczości przetwornika. Opracowany układ pomiarowy zastosowałem do pomiaru prędkości małego robota czterokołowego klasy SSMR (MMS SSMR – rys. 8a). W celu estymacji prędkości i przyspieszeń



Rysunek 10: Przykładowe wyniki eksperymentalne uzyskane dla układu sterowania robotem z napędem różnicowym w zadaniu przejazdu przez punkty: a) scenariusz standardowy (lokalne segmenty są w przybliżeniu dopuszczalne), b) scenariusz niestandardowy, przedstawiający aproksymację lokalnego segmentu znacząco naruszającego więzy obiektu – na podstawie: [A1].

zaprojektowałem filtr Kalmana EKF na podstawie kinematyki ruchu planarnego. Zaproponowałem kinematyczną strukturę układu sterowania robotem klasy SSMR, której schemat przedstawiony jest na rys. 9. W celu kompensacji wpływu poślizgu zaprojektowałem estymator zastępczych funkcji poślizgu, który wykorzystuje informacje o prędkości postępowej i kątowej robota, prędkości jego kół napędowych oraz nominalny model kinematyki napędu zdefiniowany na podstawie modelu różnicowego pojazdu dwukołowego. Właściwości zaproponowanej metody kompensacji wpływu poślizgu zbadałem eksperymentalnie w warunkach laboratoryjnych. Wykonana ocena jakości śledzenia sygnału zadanej prędkości postępowej i kątowej pokazuje poprawne działanie zaprojektowanej architektury sterowania i estymatora.

W pracach [A4], [A3] oraz [A1] wykorzystałem analogiczną metodę kompensacji wpływu poślizgu do sterowania prędkością postępową i kątową robota SSMR typu Roksis (zbudowanego w jednostce KSIS w ramach grantu NCBiR – rys. 8b). Przyjęty model kompensatora zawiera składnik statyczny, którego parametry zidentyfikowałem na podstawie eksperymentu dla wybranych standardowych trajektorii ruchu, oraz składnik dynamiczny wynikający z pomiaru prędkości kół i estymacji prędkości robota. W badaniach eksperymentalnych opisanych w [A1] dodatkowo wykorzystałem żyroskop do poprawy jakości sterowania prędkością kątową pojazdu. Jako podstawowe źródło lokalizacji bezwzględnej w pracach [A4] i [A3] zastosowałem system wizyjny z kamerą umieszczoną na robocie i obserwującą znaczniki kodowe, natomiast w [A1] korzystałem z komercyjnego systemu śledzenia Optitrack, którego właściwości (precyzja, częstotliwość pracy) pozwoliła na poprawę dokładności śledzenia trajektorii. Algorytmy



Rysunek 11: Przykładowe wyniki eksperymentalne uzyskane dla układu sterowania robotem dwukołowym w zadaniu nawigacji: a) algorytm nawigacji generujący ruch w przybliżeniu uwzględniający więzy nieholonomiczne, b) algorytm nawigacji generujący ruch silnie naruszający więzy nieholonomiczne z adaptacyjnym skalowaniem funkcji transwersalnej – na podstawie: [A2].

zaimplementowałem w języku C++ w środowisku programowym KSIS framework. System sterowania pracuje pod kontrolą systemu Linux i złożony jest z rozproszonych modułów, przy czym główne wątki, priorytetowe z uwagi na wymaganą szybkość działania, działają bezpośrednio na miniaturowym komputerze PC, w który wyposażony jest robot. Do wymiany informacji między modułami wykorzystano wewnętrzne mechanizmy KSIS framework oraz metody udostępniane przez środowisko ROS.

W publikacji [A1] przedstawiłem wyniki badań eksperymentalnych nowego algorytmu przejazdu przez punkty uwzględniając przypadek stabilizacji praktycznej oraz asymptotycznej dla wybranych planów rozmieszczenia punktów w przestrzeni zadania – przykładowe wyniki przedstawia rys. 10. Otrzymane wyniki wskazują na prawidłowe działanie algorytmu w warunkach rzeczywistych i dodatkowo potwierdzają przyjętą hipotezę dotyczącą modelowania robotów SSMR jako układów kinematycznych, która jest słuszna w zakresie niewielkich prędkości. Badanie ruchu w różnych przedziałach prędkości pozwoliły na ocenę warunków stosowalności metody. Oprócz konieczności ograniczenia prędkości ruchu referencyjnego wymienić tutaj należy zapewnienie odpowiedniej jakości lokalizacji robota oraz małych opóźnień komunikacyjnych.

W pracy [A2] w celu weryfikacji metody sterowania uwzględniającej występowanie przeszkód gwiazdowych wykorzystałem podstawowe stanowisko badawcze złożone z dwukołowego robota laboratoryjnego MTracker – rys. 8c. Algorytm zaimplementowałem korzystając z podzbioru bibliotek programowych wykorzystywanych w KSIS framework, natomiast komputer sterujący robotem działał pod kontrolą systemu Windows z czasem próbkowania ok. 100 Hz. Lokalizacja robota estymowana była na podstawie metody odometrii. Przeszkody potraktowane zostały jako przeszkody wirtualne a do ich opisu użyłem gładkich superelips – parametry środowiska zostały załadowane do modułu sterownika ruchu. Algorytm badałem dla różnych przypadków, zakładając że nawigator jest „prawie nieholonomiczny”, tj. wyzna-

cza ruch referencyjny w niewielkim naruszającym więzy fazowe robota o kinematyce monocykla oraz gdy nawigator jest całkowicie holonomiczny, tzn. trajektoria ruchu może być dowolna – rys. 11. Ponadto sprawdziłem działanie metody adaptacji współczynników funkcji transwersalnej, która zależy od zajętości przestrzeni przez przeszkody. Uzyskane wyniki potwierdzają użyteczność metody i stosunkowo duży uniwersalizm tego podejścia.

V. Podsumowanie

W zamieszczonym opisie scharakteryzowałem główne wyniki moich badań naukowych przedstawionych w jednotematycznym cyklu publikacji. Mają one charakter rozwiązań teoretycznych, symulacyjnych i eksperymentalnych oraz mieszczą się w nurcie badań podstawowych w dyscyplinie naukowej automatyka i robotyka. Zasadniczo koncentrują się na rozwiązaniu zadań sterowania ruchem dla wybranych struktur nieholonomicznych w robotyce. Z uwagi na przyjętą metodykę wydzieliłem techniki nieróżniczkowalne oraz gładkie. W obu wypadkach rozszerzyłem stosowalność istniejących metod opisanych w literaturze przedmiotu i zaproponowałem nowe wersje algorytmów uwzględniając przypadki szczególne i możliwe zastosowania.

Proponując ogólną postać reguły sterowania i definiując dozwolony obszar zbieżności pokazałem w [A8], że wykorzystanie reprezentacji biegunowej w sterowaniu układów nieholonomicznych nie jest ograniczone do kinematyki monocykla i obejmuje także inne dwuwęściowe układy zdefiniowane na 3-wymiarowej rozmaitości, takie jak układ łańcuchowy 3D, podstawowa kinematyka robota w fazie lotu oraz trzyzłączowy manipulator nieholonomiczny, [A11], [A8]. Posługując się opisem formalnym rozróżniłem zadanie zbieżności i stabilizacji – aspekt ten jest istotny szczególnie w kontekście zapewnienia odporności układu zamkniętego na niemodelowaną dynamikę oraz zakłócenie pomiarowe i w konsekwencji prowadzi do stosowania struktur hybrydowych, [A9].

W swoich badaniach najwięcej uwagi poświęciłem metodzie funkcji transwersalnych, która pozwala zaprojektować uniwersalny stabilizator dla układu nieholonomicznego, nawet w obecności stałego dryfu (przypadek, który analizowałem w [A5]). Warto zauważyć, że wysoki stopień ogólności tej metody sprawia, że jej zastosowanie do rozwiązania problemów szczegółowych można rozpatrywać jako złożone zagadnienie badawcze. Na podstawie wykonanych badań i uzyskanego doświadczenia mogę stwierdzić, że algorytm wykorzystujący funkcje transwersalne dedykowany jest w głównej mierze do rozwiązania lokalnego problemu stabilizacji, natomiast w kontekście globalnym nie zapewnia oczekiwanej praktycznej jakości sterowania. Analizując wyniki symulacyjne przedstawione w moich pracach można zaobserwować, że zastosowana przeze mnie optymalizacja kosztu sterowania, suboptymalny dobór parametrów funkcji transwersalnej i jej skalowanie choć poprawia właściwości układu zamkniętego, to jednak nie gwarantuje oczekiwanych w praktyce stanów przejściowych, gdy błąd początkowy określony względem trajektorii referencyjnej jest znaczący. W tych warunkach problematyczne także stają się aspekty obliczeniowe, zwłaszcza dla układów o wielowymiarowej konfiguracji (np. dla pojazdu z wieloma przyczepami, [A7]).

Z podanych powodów metodę stabilizacji wykorzystującą funkcje transversalne należy raczej postrzegać jako podstawowe narzędzie, które stanowi część większego algorytmu sterowania robotem. Pomyśl ten rozwinąłem w dwóch tegorocznych pracach, [A2] i [A1], w których podałem jakościowo nowe struktury sterowania robotem mobilnym. W obu przypadkach kluczowe okazało się połączenie mechanizmu nawigacji/planowania ruchu z algorytmem ze sprzężeniem zwrotnym wykorzystującym funkcje transversalne. Warto zauważyć, że zastosowanie tej metody pozwala uprościć zadanie planowania ruchu dzięki możliwości częściowego uchylecia ograniczeń fazowych. Warstwa sterownika wykorzystującego funkcje transversalne umożliwia w tym przypadku przybliżoną realizację kierunków zabronionych, których w typowych warunkach, gdy wymagana jest wysoka efektywność energetyczna lokomocji kołowej, nie należy intensywnie wykorzystywać. Istnieją jednak przypadki, w których możliwość aproksymacji kierunków zabronionych ułatwia rozwiązanie problemu sterowania ruchem i może być wykorzystana do precyzyjnego pozycjonowania robota.

Wyniki moich badań potwierdzają także duże znaczenie symetrii i jej wykorzystania do projektowania układu sterowania (m.in.: [A7], [A5], [A3], [A2]). Dzięki temu uzyskuje się uogólnienie rozwiązań i możliwość stosowania spójnej notacji algebraicznej (macierzowo-wektorowej), co ułatwia implementację i analizę przypadków szczególnych. Z kolei badania eksperymentalne, opisane w [A2], [A1], [A3] i [A10] demonstrują właściwości praktyczne opracowanych przeze mnie algorytmów oraz technik pomiarowych. Otrzymane wyniki potwierdzają także hipotezę dotyczącą możliwości stosowania uproszczonego kinematycznego schematu sterowania robotem SSMR z wykorzystaniem częściowej kompensacji zakłóceń i algorytmów planowania ruchu, nakładających więzy programowe.

Podsumowując w swoich pracach zwróciłem uwagę na aspekt stosowalności zaawansowanych technik matematycznych, który w literaturze przedmiotu zwykle nie jest szczegółowo omawiany. Pokazałem, że metody te są użyteczne i po zdefiniowaniu odpowiednich reguł strojenia, adaptacji oraz praktycznych warunków stosowalności, mogą dawać nowe rozwiązania jakościowe w układach sterowania robotów nieholonomicznych.

5. Omówienie pozostałej działalności naukowo-badawczej

a) Wyniki publikacyjne

Podstawowy nurt moich badań, w który wpisuje się główna część dorobku przedstawiona w punkcie poprzednim, dotyczy problematyki sterowania robotów mobilnych i innych układów mechanicznych z ograniczeniami fazowymi. Przed doktoratem zajmowałem się przede wszystkim zastosowaniem metody przestrajanego oscylatora kinematycznego do sterowania robota SSMR z zaburzoną kinematyką nieholonomiczną, uwzględniając także zagadnienie projektowania sterownika na poziomie dynamiki (w tym techniki adaptacyjne). Wyniki tych badań zostały przedstawione w postaci zwartej rozprawy doktorskiej obronionej w 2007 r. Rozprawa uzyskała wyróżnienie. Moje późniejsze prace dotyczą szerszej klasy obiektów, w tym układów zdefiniowanych na przestrzeni konfiguracyjnej o wyższym wymiarze, oraz korzystają z alternatywnych, nowszych i bardziej ogólnych technik sterowania. Wyniki swoich badań naukowych opublikowałem w 68 artykułach (w tym 45 po doktoracie) w czasopismach (po doktoracie: 11 publikacji z listy JCR) oraz materiałach konferencji krajowych i międzynarodowych (duża część konferencji uwzględniona w bazie WoS). Aktualny zbiorczy Impact Factor dla wszystkich moich prac wynosi: 12,244, natomiast sumaryczna punktacja wg MNIŚW – 474. Szczegółowe zestawienie prac zawarte jest w Załączniku nr 5 (dołączyłem także szczegółowe dane bibliometryczne opracowane przez Bibliotekę Politechniki Poznańskiej).

Badania, które prowadzę nawiązują do podstawowego dorobku, tzn. związane są ze sterowaniem układów w robotyce za pomocą formalnych metod matematycznych, a także obejmują zagadnienia pomiarowe i estymacji stanu. Przedstawiony tutaj opis charakteryzuje tematykę pozostałych badań, które nie zostały ujęte w jednotematycznym cyklu publikacji i wyróżnia następujące zagadnienia szczegółowe:

- Algorytmy sterowania i odtwarzania trajektorii w obecności poślizgu wykorzystujące metodykę VFO oraz oscylatora kinematycznego.
- Metody nawigacji robota mobilnego z wykorzystaniem potencjalnych funkcji harmoniczných.
- Modelowanie i badania eksperymentalne przekładni nieholonomicznej oraz manipulatora nieholonomicznego.
- Projektowanie algorytmów sterowania manipulatora rehabilitacyjnego z podatnością.
- Projektowanie i badanie układów sensorycznych robotów mobilnych.

Podaną tematykę opisuję poniżej odnosząc się do wybranych moich publikacji.

Problem sterowania ruchu robota dwukołowego w warunkach intensywnego poślizgu był przedmiotem prac, które podejmowałem wraz ze współautorami w [B5] oraz [B6]. Przedstawiony tam projekt układu sterowania wykorzystuje metodykę VFO w zadaniu śledzenia trajektorii. Ze względu na uproszczenie opisu oraz dostępne możliwości weryfikacji laboratoryjnej przyjęto, że poślizg ma charakter kinematyczny i określa zaburzenie modelu monocykla. Z uwagi na możliwość kompensacji wpływu tych zaburzeń w torze wejścia wyróżnione zostały składowe zgodne i niezgodne. Te pierwsze obejmują zastępczy poślizg wzdłużny i kątowy. Drugi typ zaburzenia wynika z niezerowej prędkości opisującej poślizg

poprzeczny, co narusza więzy nieholonomiczne monocykla. Główna koncepcja rozwiązania problemu w porównaniu do standardowej wersji algorytmu VFO polega na określeniu tzw. pola wektorowego zbieżności z uwzględnieniem dodatkowych składowych prędkości poślizgu liniowego. W ten sposób wyznaczona zostaje zadana prędkość postępową, która zapewnia przyciąganie trajektorii pozycji robota do pozycyjnej trajektorii referencyjnej. W algorytmie założono pełną znajomość zakłócenia prędkości oraz pominięto wpływ dynamiki zjawiska poślizgu. W przygotowaniu prac [B5] oraz [B6] odpowiadałem przede wszystkim za wykonanie badań eksperymentalnych algorytmów, opracowanie i analizę wyników oraz zaprojektowanie estymatora stanu robota na podstawie wizyjnego pomiaru położenia i orientacji, opisanego w [B7] i [A10]. Na podstawie otrzymanych wyników badań eksperymentalnych przeprowadzono krytyczną analizę właściwości algorytmu. Przede wszystkim zaobserwowano, że w przypadku ruchu z dużą prędkością kinematyczne modelowanie poślizgu jest istotnym uproszczeniem. Stąd próba pełnej kompensacji zakłóceń zgodnie z opisem teoretycznym nie była możliwa. Tym niemniej, na podstawie wyników eksperymentalnych pokazano, że błędy śledzenia trajektorii są zredukowane również po zastosowaniu częściowej kompensacji w porównaniu do przypadku podstawowego (tj. z kompensacją wyłączoną).

W publikacjach [B3] i [B8] zaproponowałem algorytm odtwarzania trajektorii dla robota mobilnego klasy SSMR, wykorzystujący oscylator kinematyczny, który wprowadza dodatkowe pobudzenie do układu zamkniętego. W celu uzyskania formalnej odporności na ograniczone zakłócenie w postaci poślizgu poprzecznego wykorzystałem schemat ciągłego sterowania odpornego. W pracy [B3] omówiłem przede wszystkim regułę sterowania oraz wyniki symulacyjne, natomiast w [B8] dodatkowo przedstawiłem wyniki badań eksperymentalnych poświęconych tej strategii.

Przedmiotem prac [B9] i [B10] jest sterowanie do punktu w warunkach niezerowego szumu w torze pomiarowym. Cel badawczy rozumiany jest jako opracowanie algorytmu sterowania zapewniającego dobrą jakość dynamiczną, w tym możliwie nieoscylacyjne stany przejściowe, oraz małą wrażliwość na szum pomiarowy w otoczeniu punktu zadanego. W [B9] przedstawiliśmy koncepcję połączenia metody VFO oraz gładkiego stabilizatora jawnie zależnego od czasu za pomocą gładkiej funkcji przełączającej. Analizę działania sterownika przeprowadziłem na podstawie badań symulacyjnych polegających na przeglądaniu dyskretnej przestrzeni warunków początkowych. Jakość sterowania określona została na podstawie wskaźników całkowitych. Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że dla niektórych warunków początkowych oba sterowniki składowe działają antagonistycznie względem siebie, co wydłuża czas stabilizacji. W pracy [B10] zarysowałem koncepcję nawigatora połączonego z metodą odsprzęgania wykorzystującą funkcje transwersalne. Zaprojektowany sterownik w przypadku deterministycznym zapewnia stabilność w sensie Lapunowa. Jego właściwości zostały zbadane także symulacyjnie dla przypadku stochastycznego. Otrzymane wyniki potwierdzają właściwe działanie układu zamkniętego i są zgodne z przedstawionym dowodem stabilności.

Moje badania obejmowały również przypadek wykorzystania metody funkcji harmonicznych do sterowania ruchem robota mobilnego w środowisku z przeszkodami. Funkcje te są szczególnym typem funkcji potencjalnych, które nie posiadają w zbiorze otwartym minimów lokalnych – punkty ekstre-

malne występują tylko na brzegu zbioru. W pracy [B11] zaproponowano zastosowanie tej metody do unikania kolizji dla przeszkód eliptycznych poprzez odkształcanie potencjału harmonicznego określonego dla okręgu. Na tej podstawie zaprojektowałem gładki algorytm sterowania dla robota dwukołowego wykorzystujący klasyczne odsprężanie za pomocą statycznego sprzężenia zwrotnego. Działanie algorytmu zostało zilustrowane na podstawie wyników symulacyjnych. W publikacji [B12] przedstawiliśmy projekt algorytmu umożliwiającego śledzenie trajektorii w przestrzeni 2D, w której znajduje się kołowa przeszkoda dynamiczna. Zadanie zostało rozwiązane poprzez użycie superpozycji podstawowych strumieni pól wektorowych generowanych przez funkcje harmoniczne. Za pomocą gładkiej funkcji przełączającej wazono pola wektorowe pochodzące od atraktora i repellera. Dzięki temu unikano rozwiązań osobliwych, które wynikały z celów sterowania antagonistycznych względem siebie (np. cel wewnątrz przeszkody). Działanie algorytmu zostało sprawdzone na podstawie symulacji numerycznych uzyskanych dla wybranych scenariuszy opisujących różne relacje geometryczne między robotem punktowym, trajektorią zadaną i przeszkodą.

W swoich badaniach naukowych rozpatrywałem także odporne metody sterowania układów mechanicznych II rzędu, tj. z uwzględnieniem opisu na poziomie dynamiki. Zagadnieniu temu poświęcone są m.in. publikacje [B15], [B14], [B13] oraz [B16], w których analizowana jest strategia sterowania wykorzystująca niestacjonarną płaszczyznę ślizgową. Główna idea tego algorytmu polega na tym, że stan procesu znajduje się na takiej płaszczyźnie od chwili początkowej. Dlatego dzięki istnieniu niezmienniczego ruchu ślizgowego wobec ograniczonych zakłóceń, rozwiązanie stanu zależy od równania płaszczyzny. W rozważanych algorytmach kluczowym zagadnieniem jest projektowanie płaszczyzny ślizgowej w taki sposób, aby spełnić założone ograniczenia opisujące dopuszczalne wartości prędkości i przyspieszeń. Dobór parametrów płaszczyzny można postrzegać jako zagadnienie optymalizacji, które w niektórych przypadkach można rozwiązać analitycznie. W celu zbadania przedstawianego algorytmu równanie sterownika zaimplementowałem na stanowisku laboratoryjnym z modelem suwnicy bramowej Inteco. Rozważany problem szczegółowy dotyczył sterowania napędem w celu zmiany wysokości ładunku, przy czym zjawisko tarcia oraz parametry silnika napędowego potraktowano jako niepewne. Z uwagi na możliwości implementacji i występowanie zjawiska przełączania na płaszczyźnie ślizgowej z dużą częstotliwością (ang. *chattering*) konieczna była modyfikacja oryginalnej wersji algorytmu. Zaproponowałem tutaj użycie gładkiej funkcji przełączającej aproksymującej klasyczną nieciągłą funkcję przełączającą, dla której wykonałem analizę stabilności układu zamkniętego korzystając z metody Lapunowa. Na tej podstawie określiłem otoczenie, do którego zmierza trajektoria zmiennej ślizgowej. Wykonane badania eksperymentalne potwierdziły stosowność metody, choć z drugiej strony wskazały na trudności implementacyjne wynikające m.in. z konieczności stosowania szybkiej pętli regulacji w celu unikania zjawiska *chatteringu* i zachowaniu akceptowalnej dokładności realizacji celów sterowania.

W zakresie moich prac badawczych znaleźć można także aspekty związane z modelowaniem niestandardowych układów mechanicznych z ograniczeniami fazowymi. W [B17] i [B18] przedstawiliśmy model przekładni kulowej, która jest częścią manipulatora nieholonomicznego. Zaproponowałem szczegółowy model kinematyczny mechanizmu przekładni, przyjmując założenie o braku poślizgu pomiędzy

kulą a rolkami. Wyzaczyłem także dynamikę mechanizmu oraz dokonałem interpretacji poszczególnych składowych sił ograniczeń fazowych. Podstawowe właściwości pojedynczej przekładni, takie jak sprawność energetyczna i efektywność przenoszenia momentu siły zostały zbadane eksperymentalne.

Problematyka zastosowań robotyki w medycynie i rehabilitacji stanowi obecnie jedno z najważniejszych aspektów praktycznych tej gałęzi nauki technicznej. W publikacjach [B19] i [B20] przedstawiona została koncepcja stanowiska robotycznego do rehabilitacji stawu kolanowego. Zaprojektowany prototyp manipulatora posiada dwa szeregowo elementy podatne – sprężynę na wyjściu silnika pierścieniowego BLDC oraz przekładnię harmoniczną. Taka struktura mechaniczna została zaproponowana w celu zwiększenia bezpieczeństwa w procesie rehabilitacji oraz z uwagi na planowane zastosowanie siłowo-pozycyjnego oraz impedancyjnego schematu sterowania. Moje badania dotyczyły opracowania struktury sterownika z uwzględnieniem niepewności modelu dynamiki wynikającego przede wszystkim z tarcia i oddziaływań zewnętrznych. W celu realizacji sterowania pozycyjnego zaprojektowałem algorytm kaskadowy, w którym zakłócenia w torze wejścia są estymowane przez dwa obserwatory o dużym wzmocnieniu. Uzyskane estymaty są następnie wykorzystywane do kompensacji zakłóceń w postaci sprzężenia wyprzedzającego. Aby ograniczyć wpływ stanów przejściowych zaprojektowałem pomocniczy generator, definiujący trajektorię ruchu w przypadku występowania znaczącego błędu pozycyjnego. W [B20] przedstawiono także rozszerzenie algorytmu na poziom sterowania pozycyjno-siłowego. Algorytm sterowania manipulatora zaimplementowałem na procesorze DSP i wykonałem badania w warunkach laboratoryjnych. Otrzymane wyniki pokazują, że jakość śledzenia trajektorii jest wystarczająca – można jednak zaobserwować występowanie wibracji wysokoczęstotliwościowych, które w dużej mierze wynikają z ograniczających możliwości przemysłowego sterownika silnika BLDC oraz rezonansów konstrukcji manipulatora i statywu montażowego. Poczynione obserwacje umożliwiły sformułowanie konstruktywnych wniosków, które dotyczą możliwych modyfikacji elementów mechanicznych i ich parametrów, jak również zmian w strukturze sterowania w kolejnej wersji urządzenia.

Inne obszary badawcze, które poruszam w swoich publikacjach dotyczą sensoryki w robotyce. W pracach [B21] i [B22] przedstawiam układ pomiarowy robota krocącego, którego celem jest określanie orientacji przestrzennej korpusu. W tym celu wykorzystany został układ dalmierzy laserowych oraz czujnik inercyjny z akcelerometrami i żyroskopami trzyosiowymi. W podanych pracach przeprowadziłem formalną analizę błędów systemu pomiarowego i przedstawiłem podstawowe wyniki eksperymentalne. W publikacji [B23] opisany został projekt dalmierzy wykorzystujący triangulacyjne czujniki odległości pracujące w zakresie podczerwieni oraz czujniki ultradźwiękowe, które mogą służyć do obserwacji bliskiego otoczenia robota mobilnego. System pomiarowy został przeze mnie skonstruowany w postaci modułów elektronicznych pracujących w sieci wykorzystującej magistralę CAN. Działanie systemu zostało potwierdzone wynikami eksperymentalnymi ilustrującymi dokładność czujników w warunkach laboratoryjnych.

b) Pozostała działalność związana z badaniami naukowymi

W swojej pracy zajmuję się także aspektami praktycznymi, które wspierają badania naukowe w automatyce i robotyce. Dotyczą one zarówno projektowania elektronicznych układów analogowo-cyfrowych w obwodach sterowania, pomiaru oraz interfejsów komunikacyjnych (przewodowych i bezprzewodowych), a także oprogramowania, zwłaszcza niskopoziomowego. Swoje umiejętności praktyczne wykorzystałem m.in. przy opracowaniu urządzeń i modułów technicznych używanych w grantach badawczych oraz do implementacji autorskich algorytmów sterowania i estymacji stanu. Jestem współautorem m.in. oprogramowania i systemów sterowania robotów laboratoryjnych MMS, Roksis oraz MTracker, które stosowałem w badaniach eksperymentalnych.

W latach 2011-2012 byłem kierownikiem grantu młodego badacza pt. „Usługowy autonomiczny robot mobilny do zastosowań transportowych w obiektach użyteczności publicznej”, który został mi przyznany w drodze konkursu i finansowany był ze środków Wydziału Informatyki Politechniki Poznańskiej. W projekcie badałem algorytmy sterowania ruchem układów nieholonomicznych, w tym autonomicznych/półautonomicznych robotów mobilnych – otrzymane wyniki były następnie tematem moich publikacji naukowych. W ramach grantu została przygotowana także wstępna warstwa architektury sterowania robotem mobilnym, która później po modyfikacji wchodziła w część środowiska opracowanego w jednostce do sterowania takich robotów (KSIS framework). Ponadto brałem aktywny udział w innych grantach naukowo-badawczych (2 projekty NCN: „Nowe metody sterowania zrobotyzowanym montażem teleskopu astronomicznego klasy 0,5 m” – 2015-2018, „Zespół współpracujących robotów mobilnych” – 2010-2013, 2 projekty KBN: „Algorytmy sterowania czworonożnej maszyny kroczącej” – 2006-2008, „Robot inspekcyjny dla magistrali ciepłowniczej” – 2004-2007), badawczo-wdrożeniowych (3 projekty NCBiR: „RobREx: Autonomia dla robotów ratowniczo-eksploracyjnych” – 2012-2015, „Kompaktowy Przenośny System Rehabilitacyjny dla stawu kolanowego” – 2010-2013, „Budowa usługowego robota mobilnego o strukturze modułowej” – 2007-2010) oraz realizowałem grant promotorski wspierający prace nad doktoratem („Zastosowanie oscylatora kinematycznego do sterowania pewną klasą układów nieholonomicznych” – 2004-2007).

Moja aktywność dotyczy także popularyzacji nauki i obejmuje prezentacje seminaryjne (w jednostce macierzystej, innych ośrodkach krajowych i zagranicznych), udział w konferencjach naukowych oraz w komitetach naukowych konferencji międzynarodowych, ze szczególnym uwzględnieniem ścieżki tematycznej konferencji IEEE ETFA Intelligent Robots & Systems (w latach 2012-2015). W 2014 r. byłem przewodniczącym lokalnego komitetu organizacyjnego międzynarodowej konferencji CLAWAR, natomiast w 2015 r. sprawowałem funkcję przewodniczącego naukowego komitetu programowego (Program Chair) międzynarodowej konferencji RoMoCo oraz byłem redaktorem materiałów, które ukazały się w IEEE Explore. Z okazji dziesiątej, jubileuszowej edycji RoMoCo brałem udział w przygotowaniu raportu, który został wydrukowany w [B24]. Ponadto jestem recenzentem prac w międzynarodowych czasopiśmie (m.in. Transactions on Industrial Electronics, Journal of Robotics & Intelligent Systems, Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, itd.) oraz prac konferencji krajowych

i międzynarodowych (m.in. RoMoCo, ETFA, MMAR, ACC, CDC, IFAC, krajowa konferencja KKR i inne).

W 2010 r. odbywałem krótkoterminowy staż naukowy we Francji w ośrodku INRIA, Sophia Antipolis. Nawiązałem tam kontakty naukowe z Claudem Samsonem i Pascalem Morinem, których osiągnięcia naukowo są głęboko osadzone w zaawansowanej nieliniowej teorii sterowania w robotyce. W wymienionym ośrodku wygłosiłem referat pt. „Modelling and control of skid-steering vehicles”. Rok później we Francji brałem udział w tygodniowym szkoleniu EECI-HYCON2 Graduate School on Control 2011, M12 - Control of Highly Nonlinear Systems, dotyczącego metod sterowania układów, których liniowe przybliżenie nie spełnia warunków sterowalności Kalmana.

W latach 2009-2013 byłem konsultantem dwóch doktorantów w Katedrze Sterowania, których rozprawy doktorskie dotyczyły zadania nawigacji wykorzystującej funkcje harmoniczne (dr inż. P. Szulczyński, „Nowe algorytmy sterowania nieholonomicznym robotem mobilnym”, 2012) oraz sterowania manipulatorem nieholonomicznym za pomocą metody funkcji transversalnych (dr inż. B. Krysiak, „Sterowanie nieholonomicznym manipulatorem – teoria i praktyka”, 2013).

Zajęcia dydaktyczne, które prowadzę na pierwszym i drugim stopniu studiów na kierunku Automatyka i Robotyka w Politechnice Poznańskiej tematycznie wpisują się w moje prace badawcze i obejmują:

- Teorię sterowania (studia I i II stopnia)
- Nieliniowe układy sterowania (studia II stopnia)
- Sterowanie robotów mobilnych (studia II stopnia)
- Metody lokalizacji i nawigacji robotów mobilnych (studia II stopnia)
- Systemy pomiarowe w automatyce i robotyce (studia II stopnia)

Ponadto na II stopniu studiów prowadzę wykład w języku angielskim pt. „Foundations on Autonomus Systems” (Podstawy systemów autonomicznych), który jest jednym z przedmiotów kierunkowych na specjalności Smart Aerospace and Autonomous Systems. Specjalność ta ma charakter międzynarodowy i jest owocem współpracy Politechniki Poznańskiej z Uniwersytetem Paris Sacley University. W ramach programu Socrates-Erasmus na Uniwersytecie w Evry dla studentów II stopnia wygłosiłem cykl ośmiu wykładów w języku angielskim: „Wheeled Mobile Robots Modeling, fundamental properties and motion control algorithms”.

Jestem promotorem prac inżynierskich i magisterskich, których tematyka niemalże w całości pokrywa się z moimi zainteresowaniami naukowymi. Współpracowałem też z Akademickim Kołem Naukowym Krótkofalowców Politechniki Poznańskiej, które wspierałem prowadząc prace inżynierskie dla studentów Automatyki i Robotyki, obejmujące projekt orientowanego ogniwa słonecznego (autonomizacja zasilania) oraz aktywnego pozycjonowaniem anteny pracującej w zakresie fal krótkich. W latach 2010-2012 uczestniczyłem również w grantie dydaktycznym finansowanym ze środków Unii Europejskiej w ramach programu Leonardo da Vinci pt. „E-Learning and Practical Training of Mechatronics and Alternative Technologies in Industrial Community”, którego celem było przygotowanie spójnego programu szkoleń i portalu dydaktycznego (<http://www.e-pragmatic.eu/>). Głównymi koordynatorem prac byli naukowcy i dydaktycy z Uniwersytetu Maribor a partnerzy pochodzili z kilku krajów europejskich

(Słowenia, Polska, Niemcy, Holandia, Austria i Hiszpania). Moje zadania polegały na pracach organizacyjnych oraz działalności merytorycznej związanej z przygotowaniem internetowych modułów kształcenia z zakresu robotyki mobilnej.

Ponadto jestem współautorem skryptu akademickiego [B4], w którym przedstawione zostały zagadnienia teoretyczne i praktyczne dotyczące sterowania robotów mobilnych. Zdefiniowano także przykładowe ćwiczenia laboratoryjne, które mogą być przeprowadzone w środowisku symulacyjnym lub z użyciem robotów rzeczywistych.

Syntetyczny wykaz moich prac, informacja o osiągnięciach dydaktycznych, współpracy naukowej i popularyzacji nauki zostały przedstawione w Załączniku nr 5.

Wybrane pozostałe publikacje autora wniosku

- [B1] D. Pazderski, K. Kozłowski, J. Tar: Discontinuous Stabilizer of the First Order Chained System Using Polar-Like Coordinates Transformation, European Control Conference, Budapest 2009, s. 2751-2756.
- [B2] K. Kozłowski, D. Pazderski. Practical stabilization of a skid-steering mobile robot a kinematic-based approach. In Proc. 3rd IEEE Int. Conf. on Mechatronics, s. 519–524, 2006.
- [B3] D. Pazderski, K. Kozłowski, Trajectory tracking of underactuated skid-steering robot, Proc. American Control Conference, June 11-13, 2008, Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, s. 3506-3511.
- [B4] M. Michałek, D. Pazderski: Sterowanie robotów mobilnych. Laboratorium, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2012.
- [B5] M. Michałek, P. Dutkiewicz, M. Kiełczewski, D. Pazderski: Vector-Field-Orientation tracking control for a mobile vehicle disturbed by the skid-slip phenomena. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 59(3-4), 2010, s. 341-365 (IF=0,757⁽²⁰¹⁰⁾)
- [B6] M. Michałek, P. Dutkiewicz, M. Kiełczewski, D. Pazderski: Trajectory tracking for a mobile robot with skid-slip compensation in the Vector-Field-Orientation control system, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 19(4), 2009, s. 547-559. (IF=0,684⁽²⁰⁰⁹⁾)
- [B7] M. Kiełczewski, D. Pazderski: Wizyjny system lokalizacji robota mobilnego wykorzystującego znaczniki LED, Elektronika - konstrukcje, technologie, zastosowania, 6/2008, s. 259-262.
- [B8] D. Pazderski, K. Kozłowski: Trajectory tracking control of skid-steering robot - experimental validation, Proc. of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control, July 6-11, 2008, Seoul, South Korea s. 5377-5382.
- [B9] M. Michałek, D. Pazderski: Hybrydowy stabilizator odporny dla robota mobilnego o kinematyce (2,0), Prace naukowe, Elektronika z. 175, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010, s. 391-400.
- [B10] D. Pazderski: Odporny gładki algorytm sterowania robotem o kinematyce monocykla, Krajowa

Konferencja Robotyki, 2016 (otrzymany list potwierdzający).

- [B11] P. Szulczyński, D. Pazderski, K. Kozłowski: Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions, *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems*, vol. 5, No. 3, 2011, s. 58-66.
- [B12] P. Szulczyński, D. Pazderski, K. Kozłowski: Obstacle avoidance and trajectory tracking using fluid-based approach in 2D space, *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 422, 2012, s. 293-304
- [B13] A. Nowacka-Leverton, M. Michałek, D. Pazderski, A. Bartoszewicz: Experimental verification of optimal sliding mode controllers for hoisting cranes, *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)* 18 (PART 1) , 2011, s. 11006-11011.
- [B14] A. Nowacka-Leverton, D. Pazderski, M. Michałek, A. Bartoszewicz: Experimental results on sliding mode control of hoisting crane subject to state constraints. *Proc. of IEEE International Conference on Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering. SIBIRCON-2010*, s.842-847.
- [B15] A. Nowacka-Leverton, M. Michałek, D. Pazderski, A. Bartoszewicz: Experimental application of time-varying sliding modes for hoisting crane position control with constraints. *49th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, USA, 2010, s. 90-95.
- [B16] A. Nowacka-Leverton, M. Michałek, D. Pazderski, A. Bartoszewicz. Experimental verification of SMC with moving switching lines applied to hoisting crane vertical motion control, *ISA Transactions*, 51(6), 682-93, 2012 (IF=1,626⁽²⁰¹²⁾)
- [B17] B. Krysiak, D. Pazderski, K. Kozłowski: Modelowanie i badania eksperymentalne nieholonomicznej przekładni kulowej, *Prace naukowe, Elektronika z. 175*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010, s. 345-356.
- [B18] B. Krysiak, D. Pazderski, K. Kozłowski: Modelling and experimental research of nonholonomic ball gear, *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems*, vol. 5, No. 3, 2011, s. 26-32.
- [B19] P. Sauer, M. Dążkowska, K. Kozłowski, B. Krysiak, J. Majchrzak, D. Pazderski: Robotic-enhanced rehabilitation of patients with Ilizarov apparatus: preliminary study, *Mobile Service Robotics. Proc. Of the 17th Int. Conference on Climing and Walking Robots and the Supported Technologies for Mobile Robots*, World Scientific Publishing, s. 547-555, 2014.
- [B20] B. Krysiak, J. Majchrzak, D. Pazderski, P. Sauer: Manipulative robot for knee rehabilitation of patients with Ilizarov apparaus mounted on the thigh, *Medical Robotics Reports*, 3/2014, s. 13-18.
- [B21] K. Kozłowski, D. Pazderski, M. Michalski, M. Kowalski: System sensoryczny czteronożnego robota krocącego WR-06, *Elektronika - konstrukcje, technologie, zastosowania*, 6/2008, s. 188-190.
- [B22] M. Michalski, M. Kowalski, D. Pazderski, *Quadruped walking robot WR-06 - design, control and sensor subsystems*, *Lecture Notes in Control And Information Sciences*, Robot Motion and

Control, 2009, s. 175-184.

- [B23] J. Majchrzak, D. Pazderski, K. Kozłowski: Sieć sensorów do pomiaru odległości, *Prace naukowe, Elektronika z.* 175, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010, s. 209-220.
- [B24] K. Kozłowski, D. Pazderski: The 10th Edition of the International Workshop of Robot Motion and Control (RoMoCo), *IEEE Control Systems Magazine*, Issue 1, 2016, s. 87-89. (IF=2,088⁽²⁰¹⁴⁾)

Literatura

- [1] M. Aicardi, G. Casalino, A. Bicchi, and A. Balestrino. Closed loop steering of unicycle-like vehicles via Lyapunov techniques. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2:27–35, 1995.
- [2] A. Astolfi. *Asymptotic stabilization of nonholonomic systems with discontinuous control*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 1996.
- [3] R.W. Brockett. Asymptotic stability and feedback stabilization. In R. W. Brockett, R. S. Millman, and H. J. Sussmann, editors, *Differential Geometric Control Theory*, pages 181–191. Birkhäuser, Boston, 1983.
- [4] C. Canudas de Wit, H. Khenrouf, C. Samson, and O.J. Sørdaalen. Nonlinear control design for mobile robots. In Y. F. Zheng, editor, *Recent Trends in Mobile Robots*, volume 11, pages 121–156. World Scientific, Singapore, 1993.
- [5] H. Hermes. Nilpotent and high-order approximations of vector field systems. *SIAM Rev.*, 33:238–264, May 1991.
- [6] P. Morin and C. Samson. A characterization of the Lie Algebra Rank Condition by transverse periodic functions. *SIAM J. Control Optim.*, 40:1227–1249, April 2001.
- [7] P. Morin and C. Samson. Practical stabilization of driftless systems on Lie groups: the transverse function approach. *IEEE Trans. Autom. Control*, 48(9):1496–1508, September 2003.
- [8] P. Morin and C. Samson. Practical and asymptotic stabilization of chained systems by the transverse function control approach. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 43(1):32–57, 2004.
- [9] P. Morin and C. Samson. Transverse function control of a class of non-invariant driftless systems. application to vehicles with trailers. In *Proc. 47th IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 4312–4319, 2008.
- [10] P. Morin and C. Samson. Control of nonholonomic mobile robots based on the transverse function approach. *IEEE Trans. Robot.*, 25(5):1058–1073, oct. 2009.

- [11] O. J. Sørдалen. Conversion of the kinematics of a car with n trailers into a chained form. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 1, pages 382–387, may 1993.

Dariusz Pauluhn