

## AUTOREFERAT

### SPIS TREŚCI

#### **CZĘŚĆ I – POSIADANE STOPNIE NAUKOWE, PRZEBIEG PRACY ZAWODOWEJ I WSKAZANIE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWEGO**

1. Posiadane stopnie naukowe.....	3
2. Przebieg pracy zawodowej.....	3
3. Wskazanie osiągnięcia naukowego.....	3
4. Sumaryczny Impact Factor publikacji stanowiących osiągnięcie naukowe .....	3
5. Sumaryczna liczba niezależnych cytowań publikacji stanowiących osiągnięcie naukowe .....	3
6. Indeks Hirscha publikacji stanowiących osiągnięcie naukowe.....	3

#### **CZĘŚĆ II – PODSUMOWANIE AKTYWNOŚCI NAUKOWEJ, ORGANIZACYJNEJ, W ZAKRESIE POPULARYZACJI NAUKI ORAZ DYDAKTYCZNEJ**

<b>7. Wykłady plenarne.....</b>	<b>4</b>
<b>8. Zagraniczne staże naukowe .....</b>	<b>4</b>
8.1. Uniwersytet Techniczny w Walencji, Departament Informatyki .....	4
8.2. Uniwersytet w Pizie, Zespół Algorytmów Numerycznych .....	5
<b>9. Wykłady zaproszone.....</b>	<b>5</b>
9.1. Politechnika Poznańska, Wydział Informatyki.....	5
9.2. Uniwersytet FAU Erlangen-Norymberga, Departament Informatyki .....	5
9.3. Uniwersytet Alcalá, Alcalá de Henares (Madryt), Departament Informatyki .....	5
<b>10. Inna działalność naukowa.....</b>	<b>6</b>
10.1. Udział w komitetach programowych międzynarodowych konferencji .....	6
10.2. Udział w Komitecie redakcyjnym czasopisma z bazy JCR.....	7
10.3. Recenzowanie artykułów dla konferencji międzynarodowych .....	7
10.4. Recenzowanie artykułów dla konferencji krajowych .....	7
10.5. Prowadzenie sesji naukowych na konferencjach.....	7

10.6.	Recenzowanie prac dla czasopism notowanych w bazie JCR.....	7
10.7.	Recenzowanie dla Narodowego Centrum Nauki i NCBiR.....	8
10.8.	Inna aktywność .....	8
10.9.	Wygłoszenie referatów na krajowych i międzynarodowych konferencjach .....	8
10.10.	Zdobyte nagrody za działalność naukową.....	8
<b>11.</b>	<b>Nagrody za działalność w innych dyscyplinach nauki .....</b>	<b>9</b>
<b>12.</b>	<b>Działalność organizacyjna.....</b>	<b>9</b>
12.1.	Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego – zespoły doradcze. ....	9
12.2.	Inna działalność organizacyjna. ....	10
<b>13.</b>	<b>Działalność organizacyjna - związana z dydaktyką .....</b>	<b>10</b>
<b>14.</b>	<b>Udział w zespołach eksperckich i konkursowych .....</b>	<b>11</b>
<b>15.</b>	<b>Popularyzacja nauki.....</b>	<b>11</b>
<b>16.</b>	<b>Aktywność dydaktyczna.....</b>	<b>12</b>

### **CZĘŚĆ III – OMÓWIENIE REZULTATÓW NAUKOWYCH PRZEDSTAWIONYCH W CYKLU PUBLIKACJI POWIĄZANYCH TEMATYCZNIE**

<b>17.</b>	<b>Wprowadzenie.....</b>	<b>13</b>
17.1.	Motywacja dla podjętego problemu naukowego .....	13
17.2.	Algorytmy operujące na macierzach w klasycie literatury informatycznej.....	14
17.3.	Przykłady problemów informatycznych stosujących algorytmy macierzowe.....	15
<b>18.</b>	<b>Przewodnik po publikacjach .....</b>	<b>15</b>
18.1.	Algorytmy podstawowe - publikacje [A1], [A2].....	15
18.2.	Algorytm addytywny - publikacja [A3].....	17
18.3.	Algorytmy modyfikujące - publikacja [A4] .....	18
<b>19.</b>	<b>Dodatek – testy dokładności algorytmów .....</b>	<b>22</b>
<b>20.</b>	<b>Literatura .....</b>	<b>24</b>
20.1.	Cykl publikacji powiązanych tematycznie stanowiących osiągnięcie naukowe ....	24
20.2.	Pozostałe publikacje i referaty po uzyskaniu stopnia doktora.....	24
20.3.	Literatura przedmiotu.....	26

## **CZĘŚĆ I – POSIADANE STOPNIE NAUKOWE, PRZEBIEG PRACY ZAWODOWEJ I WSKAZANIE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWEGO**

### **1. POSIADANE STOPNIE NAUKOWE**

- mgr inż. informatyki, Politechnika Śląska, Wydział AEiI, wynik: bardzo dobry.
- doktor nauk technicznych w zakresie informatyki, Politechnika Śląska, Wydział AEiI, 16 grudnia 2003 r.

### **2. PRZEBIEG PRACY ZAWODOWEJ**

- 01.10.2001 r. - 16.12.2003 r.- doktorant, Politechnika Śląska, Wydział AEiI, Instytut Informatyki.
- 01.02.2004 r. - nadal - adiunkt, Politechnika Śląska, Wydział AEiI, Instytut Informatyki.

### **3. WSKAZANIE OSIĄGNIĘCIA NAUKOWEGO**

Jako osiągnięcie naukowe, wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.) wskazuję cykl publikacji powiązanych tematycznie [A1]-[A4], wymienionych w punkcie 20.1 str. 24 niniejszego autoreferatu pod wspólnym tytułem "Synteza efektywnych algorytmów dla wybranych problemów obliczeniowych".

### **4. SUMARYCZNY IMPACT FACTOR PUBLIKACJI STANOWIĄCYCH OSIĄGNIĘCIE NAUKOWE**

Sumaryczny Impact Factor cyklu publikacji [A1]-[A4], zgodnie z rokiem opublikowania:

- Sumaryczny IF roczny: 4,288
- Sumaryczny IF 5-letni: 4,248

### **5. SUMARYCZNA LICZBA NIEZALEŻNYCH CYTOWAŃ PUBLIKACJI STANOWIĄCYCH OSIĄGNIĘCIE NAUKOWE**

Sumaryczna liczba niezależnych cytowań publikacji [A1]-[A4] wynosi<sup>1</sup>:

- 30 (17) razy według bazy Web of Science (WoS).
- 31 (21) według bazy Scopus.

Sumaryczna liczba niezależnych cytowań poszczególnych publikacji wg WoS wynosi:

- [A1] - 7 (6)
- [A2] - 15 (9)
- [A3] - 7 (2)
- [A4] - 1 (0)

### **6. INDEKS HIRSCHA PUBLIKACJI STANOWIĄCYCH OSIĄGNIĘCIE NAUKOWE**

Indeks Hirscha cyklu publikacji [A1]-[A4] wynosi: 3

---

<sup>1</sup> Dane bez nawiasów uwzględniają - według wytycznych Centralnej Komisji - cytowania w artykułach opublikowanych w wersji elektronicznej na stronach wydawnictw *Elsevier* i *Taylor & Francis* oraz organizacji *IEEE* o statusie *In Press* z nadanym identyfikatorem *DOI*.

## **CZĘŚĆ II – PODSUMOWANIE AKTYWNOŚCI NAUKOWEJ, ORGANIZACYJNEJ, W ZAKRESIE POPULARYZACJI NAUKI ORAZ DYDAKTYCZNEJ**

### **7. WYKŁADY PLENARNE<sup>2</sup>**

#### **15TH INT. CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND ITS APPLICATIONS (ICCSA 2015)**

Banff, Calgary, Kanada, 22-25 czerwca 2015 r.

- Konferencja ta jest znanym światowym wydarzeniem naukowym, łączącym naukowców zajmujących się tematyką symulacji komputerowych.
- Jest wyróżniana w wielu rankingach najbardziej prestiżowych konferencji informatycznych, m.in. Uniwersytetu Alberta.
- Jest notowana w bazie DBLP.
- Materiały konferencyjne są publikowane w serii Lecture Notes in Computer Science.
- Odbywa się corocznie od 2001 r.
- Tytuł wykładu plenarnego: "Algorithms & data structures for the structured matrices".
- Wykład wygłosiłem 22 czerwca 2015 r. na sesji połączonej z oficjalnym otwarciem konferencji.

#### **28TH EUROPEAN SIMULATION AND MODELLING CONFERENCE (ESM 2014)**

Porto, Portugalia, 22-24 października 2014 r.

- Konferencja ta jest znanym europejskim wydarzeniem naukowym poświęconym tematyce symulacji komputerowej, odbywa się corocznie od 1987 r.
- Jest notowana w rankingu prestiżowych konferencji informatycznych Uniwersytetu Alberta.
- Tytuł wykładu plenarnego: "Tree data structures in the synthesis of effective computational algorithms with special focus on algorithms operating on the special matrices".
- Wykład wygłosiłem 22 października 2014 r. na sesji połączonej z oficjalnym otwarciem konferencji.

### **8. ZAGRANICZNE STAŻE NAUKOWE<sup>3</sup>**

#### **8.1. Uniwersytet Techniczny w Walencji, Departament Informatyki**

- Staż odbyłem w okresie 29.08-08.09.2014 na zaproszenie Departamentu Informatyki Uniwersytetu Technicznego w Walencji, Hiszpania, w roli Visiting Professor.
- Uczelnia ta jest najwyższej notowaną Politechniką w Hiszpanii, w pierwszych '350' pozycjach rankingu szanghajskiego.
- Departament Informatyki, w którym pracowałem, jest notowany wśród 200 najbardziej znaczących, światowych instytucji dyscypliny 'Computer Science' wg. rankingu szanghajskiego.

<sup>2</sup> Posiadam potwierdzenia wygłoszenia wykładów plenarnych, wystawione przez kierownictwa konferencji.

<sup>3</sup> Posiadam potwierdzenia odbycia każdego ze staży naukowych, wystawione przez uczelnie zapraszające.

## 8.2. Uniwersytet w Pizie, Zespół Algorytmów Numerycznych

- Staż odbyłem na zaproszenie Departamentów: Matematyki oraz Informatyki Uniwersytetu w Pizie w okresie 27.01-01.02.2014 w roli Visiting Professor.
- Uniwersytet w Pizie jest jednym z najstarszych we Włoszech, wyróżniany wśród 200 najwyżej notowanych uczelni w rankingu szanghajskim w 2014 r.; na 1 miejscu wśród uczelni z Włoch w tym rankingu.
- Departament Matematyki Uniwersytetu w Pizie w rankingu szanghajskim jest notowany wśród 100 najważniejszych światowych instytutów matematycznych.

## 9. WYKŁADY ZAPROSZONE<sup>4</sup>

### 9.1. Politechnika Poznańska, Wydział Informatyki

- Wykład wygłosiłem 6 października 2015 r. na seminarium Instytutu Informatyki, na Wydziale Informatyki Politechniki Poznańskiej.
- Tytuł wykładu: "Algorytmy i struktury danych dla macierzy specjalnych".

### 9.2. Uniwersytet FAU Erlangen-Norymberga, Departament Informatyki

- Na uniwersytecie tym byłem gościem w okresie 22-29.04.2014. W trakcie pobytu wygłosiłem:
  - 1) Referat na seminarium katedry:
    - "Tree data structures in the synthesis of effective algorithms for special matrices"
  - 2) 2 wykłady dla studentów poziomu MSc:
    - "Binary and quadruple trees in the synthesis of the effective computational algorithms"
    - "Non-standard linear algebra numerical recipes"
  - 3) Wykład dla doktorantów (studentów poziomu PhD):
    - "Special matrices as the example how to improve the algorithms complexity"
- Uniwersytet FAU w Erlangen-Norymberdze, Niemcy, jest notowany wśród 300 najbardziej znaczących uniwersytetów wg. rankingu szanghajskiego.

### 9.3. Uniwersytet Alcalá, Alcalá de Henares (Madryt), Departament Informatyki

- Na uniwersytecie tym byłem gościem w okresie 01-07.05.2015. W trakcie pobytu wygłosiłem następujące 2 referaty na seminarium instytutu:
  - "Dynamic data structures in the simulation algorithms"
  - "Designing effective algorithms for selected classes of structured matrices"
- Departament Informatyki Uniwersytetu Alcalá, Alcalá de Henares (Madryt), Hiszpania, w roku 2013 był notowany wśród 200 najbardziej znaczących instytutów dyscypliny 'Computer Science' wg. rankingu szanghajskiego.

---

<sup>4</sup> Udokumentowanie w postaci potwierdzeń wystawionych przez uczelnie zapraszające.

## 10. INNA DZIAŁALNOŚĆ NAUKOWA

### 10.1. Udział w komitetach programowych międzynarodowych konferencji<sup>5</sup>

#### A) Konferencje wyróżniane w rankingach

##### **INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND ITS APPLICATIONS (ICCSA)**

- Konferencja ta jest znanym, branżowym wydarzeniem naukowym dotyczącym tematyki symulacji komputerowych.
- Szczegółowy opis konferencji przedstawiłem w punkcie 7 autoreferatu.
- Współpracuję z radą programową tej konferencji od 2009 r. do nadal. Odbywała się w: Korei Południowej (2009), Japonii (2010), Hiszpanii (2011), Brazylii (2012), Wietnamie (2013), Portugalii (2014) i Kanadzie (2015).

##### **SUMMER COMPUTER SIMULATION CONFERENCE (SCSC)**

- Wyróżniana w rankingu "Top conferences in Computer Science-Simulation" bazy Microsoft Academic Search.
- Wyróżniana w rankingu najbardziej prestiżowych konferencji informatycznych Uniwersytetu Alberta.
- Jest notowana w bazie DBLP. Odbywa się corocznie.
- Współpracuję z radą programową tej konferencji od 2014 r. do nadal. Odbywała się w: Monterey, USA (2014); Chicago, USA (2015).

#### B) Inne konferencje

- International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics.  
Jest wyróżniana w DBLP. Materiały konferencyjne są publikowane w serii LNCS. Prowadziłem współpracę z radą programową tej konferencji w latach 2009-10. Odbywała się we Włoszech (2009) oraz w Portugalii (2010).
- International Conference on High Performance Computing Systems (HPCS). Orlando, USA, 2010.
- IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM). Hong Kong, 2009; Chiny, 2010-11.

---

<sup>5</sup> Posiadam certyfikaty przynależności wystawione przez komitety sterujące konferencji, ew. wydruki stron internetowych komitetów programowych odpowiednich konferencji.

## 10.2. Udział w Komitecie redakcyjnym czasopisma z bazy JCR<sup>6</sup>

- Od 2008 r. do nadal należę do kolegium redakcyjnego czasopisma z listy Journal Citations Reports „*Mathematics and Computers in Simulation*” wydawnictwa Elsevier, z redakcją w Brukseli.
- Czasopismo jest głównym wydawnictwem organizacji IMACS, ukazuje się od 1958 r.
- Jestem jedynym Polakiem w redakcji.
- Czasopismo posiada pięcioletni Impact Factor równy 1,11 (dane z roku 2015).
- W ramach prac redakcyjnych kierowałem procesem recenzowania artykułów, z których 12 zostało opublikowanych.

## 10.3. Recenzowanie artykułów dla konferencji międzynarodowych

- International Conference on Computational Science and Its Applications – corocznie 2-3 recenzje od 2009 r. (opisywana w punkcie 7 autoreferatu)
- Summer Computer Simulation Conference 2014 – 3 recenzje. (opisywana w punkcie 10.1 autoreferatu)
- IEEE Int. Conf. on Industrial Engineering and Engineering Management – corocznie 2-4 recenzje w latach 2009-2011.
- International Conference on High Performance Computing Systems – 1 recenzja.

## 10.4. Recenzowanie artykułów dla konferencji krajowych

- Bazy Danych: Aplikacje i Systemy – w latach 2005-2012, corocznie 2-3 recenzje.
- Int. Conf. Beyond Databases Architectures and Structures - corocznie 1-2 recenzje od 2013 roku (konferencja międzynarodowa odbywająca się w kraju).

## 10.5. Prowadzenie sesji naukowych na konferencjach

- International Conference on Computational Science and Its Applications (ICCSA), Guimaraes, Portugalia, 30 June – 3 July 2014 r. Sesja: "General track", 2 lipca 2014 r.
- X Środowiskowa Konferencja Matematyczno-Informatyczna, Rzeszów-Lublin-Korytnica, 30 kwietnia – 3 maja 2004 r. (konferencja krajowa). Sesja: sekcja informatyki, 1 maja 2004 r.

## 10.6. Recenzowanie prac dla czasopism notowanych w bazie JCR<sup>7</sup>

A) Czasopisma z redakcją za granicą,	ilość recenzji.
▪ Computer and Mathematics with Applications	- 3
▪ Mathematics and Computers in Simulation	- 3
▪ Journal of Industrial and Management Optimization	- 2

<sup>6</sup> Posiadam potwierdzenie przystąpienia do kolegium redakcyjnego czasopisma, wystawione przez redaktora naczelnego.

<sup>7</sup> Udokumentowane w postaci wydruków oficjalnych mejli od redakcji danego czasopisma, przesyłanych po przyjęciu zaproszenia do recenzowania.

- Journal of Applied Mathematics - 1
- Journal of Computational and Applied Mathematics - 3
- Journal of Statistical Computation and Simulation - 3
- Nonlinear Dynamics - 2
- Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems - 3

**B) Czasopisma z redakcją w kraju, ilość recenzji.**

- International Journal of Applied Mathematics and Computer Science - 6

### 10.7. Recenzowanie dla Narodowego Centrum Nauki i NCBiR

- Recenzowałem jeden wniosek w panelu ST6, NCN.
- Recenzowałem jeden raport w programie Program Badań Stosowanych, NCBiR.

### 10.8. Inna aktywność

- Byłem przewodniczącym komitetu programowego konferencji „International Conference on Information Management and Engineering”, 3-5 kwietnia 2009 r., Kuala Lumpur, Malezja. Materiały konferencyjne wydała organizacja IEEE<sup>8</sup>.
- Prowadziłem zjazd seminarium doktoranckiego w Instytucie Informatyki Politechniki Śląskiej.
- Regularnie reprezentuję Zakład Teorii Informatyki na Kolegium Instytutu Informatyki Politechniki Śląskiej.

### 10.9. Wygłoszenie referatów na krajowych i międzynarodowych konferencjach<sup>9</sup>

- Wygłosiłem następujące referaty: [A4], [B6], [B7], [B8], [B9], [B10], [B11], [B13], [B16], [B17], [B18], [B19], [B20], [B21], [B22], [B23].

### 10.10. Zdobyte nagrody za działalność naukową<sup>10</sup>

- Stypendium tygodnika Polityka w roku 2008 w dziedzinie nauk technicznych. Wyłoniono 21 laureatów do 35-go roku życia reprezentujących wszystkie dziedziny nauki.
- Stypendium Fundacji na rzecz Nauki Polskiej dla Młodych Naukowców, dwukrotnie w latach 2006 i 2007.
- Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla Młodych Naukowców w latach 2011-2014.
- Zespołowa Nagroda Rektora Politechniki Śląskiej: 10 razy, w tym 3 razy pierwszego stopnia.

<sup>8</sup> Udokumentowanie w postaci wydruku strony internetowej komitetu programowego konferencji.

<sup>9</sup> Udokumentowanie w postaci certyfikatów uczestnictwa, wystawianych przez kierownictwo konferencji po wygłoszeniu referatu.

<sup>10</sup> Udokumentowanie w postaci odpowiednich dyplomów.



## 11. NAGRODY ZA DZIAŁALNOŚĆ W INNYCH DYSCYPLINACH NAUKI

- Ogólnopolska Olimpiada Fizyczna
  - Dwukrotnie brałem udział w finale ogólnopolskim w latach 1995 i 1996, Warszawa.
  - 1996 r. – pierwsze miejsce w woj. Katowickim. (przed uzyskaniem stopnia doktora)
- Wojewódzki Drużynowy Turniej z Fizyki, Pałac Młodzieży Katowice
  - Dwukrotnie uzyskałem indywidualne wyróżnienie w latach 1994 (w wieku lat 16 przy dopuszczalnym wieku uczestników do 19 lat) i 1996.

## 12. DZIAŁALNOŚĆ ORGANIZACYJNA

### 12.1. Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego – zespoły doradcze

#### Praca w "Radzie Młodych Naukowców" III kadencji, lata 2012-13<sup>11</sup>

##### UDZIAŁ W BIEŻĄCYCH PRACACH ZESPOŁU DORADCZEGO

- Współorganizowałem "Forum Noblistów" - spotkanie kilkuset polskich naukowców z noblistą w dziedzinie chemii, 18 kwietnia 2013 r. w Warszawie.
- Brałem udział w obradach sejmowej komisji Edukacji, Nauki i Młodzieży (ENM), 25 października 2012 r. Tematem obrad był projekt ustawy budżetowej.
- Reprezentowałem zespół doradczy RMN na spotkaniu w Warszawie z okazji 20-lecia Olimpiady Informatycznej, zaproszony jako jej uczestnik.
- Zespół doradczy RMN uczestniczył w konsultacjach społecznych nad każdym z projektów ustaw i rozporządzeń przygotowywanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

##### BYŁEM PRZEWODNICZĄCYM PODZESPOŁÓW TEMATYCZNYCH:

- Podzespół ds. założeń do nowelizacji ustawy *Prawo o Szkolnictwie Wyższym*.
- Podzespół ds. aktów prawnych o przebiegu postępowania habilitacyjnego.

##### NALEŻAŁEM DO PODZESPOŁU:

- Podzespół ds. propozycji RMN w zakresie konkursów Narodowego Centrum Nauki.

##### BYŁEM WSPÓŁAUTOREM UCHWAŁ:

- Uchwała nr 5 RMN z dnia 27 lipca 2012 r. ws. konkursów NCN. Zgodnie z zawartymi w niej moimi propozycjami zmieniono regulamin konkursu "Sonata BIS".
- Uchwała nr 9 RMN z dnia 28 grudnia 2012 r. w sprawie uwag RMN do projektu założeń projektu ustawy o zmianie ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym, Ustawy o zasadach finansowania nauki oraz niektórych innych ustaw z dnia 28 listopada 2012 r.
- Uchwała nr 17 RMN z dnia 5 kwietnia 2013 r. ws. aktów prawnych dotyczących przebiegu postępowania habilitacyjnego.

<sup>11</sup> Udokumentowanie w postaci: aktu mianowania przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego, protokołów posiedzeń zespołu, planu obrad komisji ENM przekazanego przez jej przewodniczącego.

## **12.2. Inna działalność organizacyjna**

### **A) Komitet Prognoz Polskiej Akademii Nauk<sup>12</sup>.**

- W latach 2007-08 należałem do Forum Młodych Komitetu Prognoz PAN w Warszawie.
- 30 maja 2008 r. wygłosiłem referat pt.: "Wdrażanie technologii informatycznych".

### **B) Współpraca z Ministerialnym Zespołem ds. Oceny Czasopism Naukowych.**

- W 2009 r. współpracowałem korespondencyjnie z Ministerialnym Zespołem ds. Oceny Czasopism Naukowych. Moje konstruktywne propozycje były rozpatrywane w porządku obrad zespołu. Departament Instrumentów Polityki Naukowej MNiSW przekazał mi formalne potwierdzenie współpracy.
- W aktualizacji Listy Czasopism Punktowanych moje propozycje zostały uwzględnione.

### **C) Współpraca z wydawnictwem Taylor & Francis.**

- Współpracowałem z wydawnictwem Taylor & Francis przedkładając propozycje dotyczące poprawy obiektywizmu rankingu najczęściej cytowanych artykułów.
- Wydawnictwo przekazało mi dokument potwierdzający współpracę.

### **D) Współpraca z ministerialnym zespołem Rada Młodych Naukowców I kadencji.**

- Współpracowałem korespondencyjnie z RMN I kadencji.
- Uchwała RMN Nr 9/2010 z dnia 30 kwietnia 2010 r. zawiera dwa punkty, które zostały przyjęte w dosłownym brzmieniu na podstawie moich propozycji.

## **13. DZIAŁALNOŚĆ ORGANIZACYJNA - ZWIĄZANA Z DYDAKTYKĄ**

### **A) Praca w komisji naboru na studia dzienne i wieczorowe.**

- W latach 2002-03 byłem członkiem komisji naboru w Instytucie Informatyki Politechniki Śląskiej.
- W okresie 2004-05 byłem sekretarzem naboru w Instytucie Informatyki Politechniki Śląskiej.

### **B) Inne.**

- W latach 2006-13 pełniłem obowiązki wydziałowego pełnomocnika ds. rozpatrywania odwołań od opłat rekrutacyjnych na wydziale AEiI Politechniki Śląskiej.

---

<sup>12</sup> Udokumentowanie w postaci planu obrad zespołu, z tematem mojego referatu.

## 14. UDZIAŁ W ZESPOŁACH EKSPERCKICH I KONKURSOWYCH

### Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego Zespół interdyscyplinarny ds. działalności upowszechniającej naukę (DUN)<sup>13</sup>

#### ZADANIA ZESPOŁU DUN

- Celem zespołu jest opiniowanie i kontrola wykonania wniosków grantowych o dofinansowanie działalności upowszechniającej naukę. O dofinansowanie mogą się ubiegać także prywatni przedsiębiorcy. Często dofinansowywane są działania upowszechniające naukę, które odbywają się poza głównymi ośrodkami miejskimi i akademickimi, wśród których można wymienić m.in. festiwale nauki.
- Zostałem powołany do prac w zespole na czas od 20 stycznia 2014 r. do 31 grudnia 2015 r.
- Zespół zbiera się na - najczęściej dwudniowych - posiedzeniach nie rzadziej niż co 2 miesiące.
- Przed każdym posiedzeniem zespołu każdy jego członek przygotowuje recenzje od 8 do 16 wniosków o dofinansowanie konkretnego przedsięwzięcia.

#### INNE DZIAŁANIA W RAMACH ZESPOŁU DUN

- 7 października 2014 r. brałem udział we wspólnych obradach zespołu z Wiceministrem Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Celem obrad była praca nad nowym rozporządzeniem, które reguluje zasady działania zespołu DUN oraz ustala kryteria brane pod uwagę przy ocenie wniosków o dofinansowanie działalności upowszechniającej naukę.

## 15. POPULARYZACJA NAUKI

- Jestem autorem artykułu popularnonaukowego pt.: *O informatyce „dla zaawansowanych”*, Kurier nr 2/34, 2012, Bielsko-Biała.
- Byłem gościem Radia Piekary w audycji nadawanej na żywo nt. jak osiągnąć sukces w ogólnopolskich olimpiadach naukowych.
- Na portalu *onet* ukazał się artykuł "*Polak w prestiżowym piśmie naukowym*", w którym pisałem w sposób popularyzatorski o swoich pracach badawczych.
- W dziale „sukcesy uczonych” strony internetowej Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego ukazał się artykuł o moich pracach „*Młody polski naukowiec członkiem kolegium redakcyjnego prestiżowego czasopisma naukowego*” z 29.10.2008.

---

<sup>13</sup> Udokumentowanie w postaci aktu mianowania przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## 16. AKTYWNOŚĆ DYDAKTYCZNA<sup>14</sup>

### A) Prowadzenie wykładów, funkcja kierownika przedmiotu - zajęcia informatyczne:

- Algorytmy i Struktury Danych - wykład, ćwiczenia
- Podstawy Programowania - wykład, laboratorium
- Inżynieria Oprogramowania - wykład, laboratorium
- Metody Numeryczne - wykład, laboratorium

### B) Prowadzenie wykładów, funkcja kierownika przedmiotu - zajęcia matematyczne:

- Analiza Matematyczna z Algebrą Liniową - wykład, ćwiczenia
- Matematyka Dyskretna - wykład, ćwiczenia
- Statystyka Matematyczna - wykład, ćwiczenia, laboratorium

### C) Prowadzenie zajęć laboratoryjnych z przedmiotów:

- Podstawy Informatyki - laboratorium
- Architektura Komputerów - laboratorium
- Bazy Danych - laboratorium

### D) Prowadzenie zajęć w języku angielskim:

- Theory of Computer Science - ćwiczenia, laboratorium
- Computer Architecture - laboratorium

### E) Prowadzenie seminariów na poziomie:

- magisterskim
- inżynierskim

### F) Wypromowanie:

- 9 prac magisterskich w dziedzinie informatyki, w tym 1 w języku angielskim
- 8 prac inżynierskich w dziedzinie informatyki

### G) Hospitowanie zajęć dydaktycznych prowadzonych przez innych pracowników.

- 3 razy hospitowałem zajęcia prowadzone przez asystentów i doktorantów.
- 1 raz hospitowałem zajęcia prowadzone przez adiunkta.

### H) Komisje dyplomowe.

- Wielokrotnie byłem przewodniczącym komisji magisterskich (kilkadziesiąt razy).
- Recenzowałem liczne prace magisterskie i inżynierskie (kilkadziesiąt).

---

<sup>14</sup> Udokumentowanie w postaci formalnego potwierdzenia wystawionego przez uczelnię.

### CZĘŚĆ III – OMÓWIENIE REZULTATÓW NAUKOWYCH PRZEDSTAWIONYCH W CYKLU PUBLIKACJI POWIĄZANYCH TEMATYCZNIE

W niniejszej części omówiłem wyniki przedstawione w cyklu publikacji powiązanych tematycznie [A1]-[A4] pod wspólnym tytułem "Synteza efektywnych algorytmów dla wybranych problemów obliczeniowych", stanowiących osiągnięcie naukowe wynikające z ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki.

Poniżej przedstawiłem najważniejsze informacje na temat czasopism, w których zostały opublikowane publikacje [A1]-[A4]:

- Applied Mathematics Letters – znane czasopismo z redakcją w USA, Impact Factor w roku opublikowania wynosił 1,371. Czasopismo według swoich celów i profilu publikuje zwięzłe prace (ang. *important but brief applied mathematical papers*), wymogiem formalnym jest maksymalna objętość 6 stron.
- Applied Mathematics and Computation – czasopismo zajmujące się algorytmami numerycznymi, Impact Factor w latach opublikowania wynosił 1,317 (2011), 1,600 (2013). Redakcja znajduje się poza granicami Polski.
- Lecture Notes in Computer Science – klasyka literatury informatycznej.

## 17. WPROWADZENIE

### 17.1. Motywacja dla podjętego problemu naukowego

Algorytmy służące do wykonywania operacji na macierzach stanowią ważną gałąź syntezy i analizy algorytmów. Warto wskazać, że ranking najszybszych superkomputerów TOP500 jest sporządzany za pomocą testu LINPACK, mierzącego szybkość rozwiązywania gęstego układu równań liniowych przez daną maszynę.

Konstrukcja algorytmu nawet dla elementarnej operacji, jaką jest mnożenie macierzy, daje duże możliwości poprawy efektywności w porównaniu z implementacją naiwną o złożoności czasowej  $O(n^3)$ , wynikającą wprost z definicji matematycznej. Pierwszą metodę poprawy efektywności operacji mnożenia macierzy podał w 1969 r. V. Strassen w artykule [C12], gdzie z wykorzystaniem metody dziel-i-zwyciężaj podał algorytm o złożoności  $O(n^{2.807})$ . Do 2010 r. najszybszym algorytmem mnożenia macierzy był algorytm Coppersmitha-Winograda [C4], o współczynniku  $k = 2.376$  w złożoności  $O(n^k)$ . W 2014 r. w artykule [C8] podano algorytm, gdzie współczynnik  $k$  został zmniejszony do 2.373<sup>15</sup>.

Zaletą wspomnianych wyżej algorytmów [C4], [C8], [C12] jest ich uniwersalność, ich parametrami wejściowymi są macierze o dowolnej wartości każdego z elementów. Można zauważyć, iż od 1990 r. nastąpiła minimalna poprawa wykładnika  $k$  o zaledwie 0.003. Powstaje pytanie, czy jest możliwa dalsza, znacząca poprawa ich złożoności czasowych.

<sup>15</sup> Wyniki te mają znaczenie także dla odwracania macierzy, gdyż można udowodnić ([C5] ch. 28.4), że jest możliwa konstrukcja algorytmu odwracania macierzy o złożoności czasowej nie gorszej, niż zastosowany algorytm ich mnożenia (dla macierzy odwracalnych bez określonej struktury).

Obecnie (2015 r.) nie jest znany uniwersalny algorytm mnożenia i odwracania macierzy o lepszej efektywności niż  $O(n^{2.373})$ .

**Dalsza znacząca poprawa efektywności jest możliwa dzięki konstrukcji specjalizowanych algorytmów, projektowanych dla konkretnego typu macierzy specjalnej.** Macierze specjalne wyróżnia określona struktura elementów. Można wśród nich wyróżnić macierze: wstęgowe, blokowo-diagonalne, Pascala, Frobeniusa, Jordana, Toeplitza, Sylwestra, Hilberta, Vandermonde'a czy macierze boolowskie i inne. Z punktu widzenia konstrukcji algorytmów istotną cechą tego rodzaju macierzy jest fakt, że często możliwe jest osiągnięcie złożoności czasowej  $O(n^2)$  przez algorytmy ich mnożenia i odwracania dla szczególnych wartości parametrów danego typu macierzy specjalnej, lub nawet w przypadku ogólnym.

Typem macierzy specjalnych, którymi ze względu na ich liczne zastosowania zająłem się w cyklu publikacji [A1]-[A4], są konfluentne macierze Vandermonde'a, będące uogólnieniem klasycznych macierzy Vandermonde'a<sup>16</sup>.

Przykłady ich aplikacji w informatyce i innych dziedzinach przedstawiłem w artykułach [A2] str. 2044-2045, [A3] str. 718-719, [A4] str. 172.

W omawianym cyklu publikacji można wyróżnić następujące dwie główne grupy rezultatów naukowych:

- A) Konstrukcja serii algorytmów operujących na konfluentnych macierzach Vandermonde'a, o lepszej złożoności czasowej niż algorytmy dotychczas przedstawione w literaturze. Jest ona wspólnym celem naukowym całego cyklu publikacji [A1]-[A4].**
- B) Niestandardowe zastosowanie dynamicznych struktur danych w konstrukcji algorytmów obliczeniowych, operujących na wyżej wymienionym typie macierzy specjalnych.**

## 17.2. Algorytmy operujące na macierzach w klasycie literatury informatycznej

- Klasyczna monografia traktująca o algorytmach i strukturach danych autorów Cormen, Leiserson, Rivest, Stein "Wprowadzenie do algorytmów" [C5] w rozdziale 28 przedstawia szczegółowo konstrukcję i analizę zbioru algorytmów operujących na macierzach. Rozważane są m.in. algorytm Strassena mnożenia macierzy, algorytm rozwiązywania układów równań liniowych oraz rozkładu macierzy na iloczyn macierzy trójkątnych. Można znaleźć w niej także odpowiednie algorytmy dla słynnego twierdzenia mówiącego, iż odwracanie macierzy można wykonać algorytmem o złożoności czasowej nie gorszej niż posiadana przez zastosowany algorytm ich mnożenia, oraz przeciwnie<sup>17</sup>.
- Kolejną klasyczną pozycją podejmującą temat algorytmów operujących na macierzach w aspekcie ich efektywności jest monografia autorstwa Aho, Hopcroft, Ullman

<sup>16</sup> Formalną definicję oraz przykłady macierzy dla konkretnych parametrów przedstawiłem m.in. w publikacji [A3] str. 719 (definicja), str. 724-725 (przykład).

<sup>17</sup> Przy założeniu, że wejściowa macierz jest odwracalna oraz stosowane algorytmy mnożenia oraz odwracania operują na macierzach o dowolnych wartościach elementów (na macierzach bez określonej struktury).

"Projektowanie i analiza algorytmów komputerowych" [C2]. W rozdziale 6 oprócz alternatywnego - w zestawieniu z przedstawionym w monografii [C5] - algorytmu odwracającego macierze o złożoności czasowej nie gorszej niż zastosowany algorytm ich mnożenia, znajdują się także algorytmy o analogicznej własności dla obliczania wyznaczników oraz dekompozycji na postać iloczynu macierzy trójkątnych.

- Algorytmy macierzowe są analizowane także w monografiach o charakterze dydaktycznym. Klasyczna pozycja twórcy języka Pascal [C14] w rozdziale 15.1 przedstawia implementację oraz analizę efektywności algorytmu rozwiązywania układu  $n$  równań liniowych. Monografia polskich autorów [C9] przedstawia przykładową implementację kilku algorytmów macierzowych.

### 17.3. Przykłady problemów informatycznych stosujących algorytmy macierzowe

Macierze są stosowane powszechnie w algorytmach numerycznych i symulacyjnych, jednakże stosuje się je także z powodzeniem w innych problemach informatycznych. Poniżej wymienię kilka przykładów:

- Algorytmy grafowe

Jedną z podstawowych reprezentacji grafów jest postać macierzowa. Reprezentacja ta posiada większe znaczenie niż same zapamiętanie struktury grafu, gdyż dostępnych jest wiele metod, które pozwalają na efektywną analizę szeregu własności grafów bezpośrednio za pomocą działań na reprezentujących je macierzach.

- Konstrukcja kompilatorów

Wykrywanie procedur rekurencyjnych za pomocą obliczeń na macierzach reprezentujących ich grafy wywołań, istotne dla efektywnej gospodarki pamięcią operacyjną, jest standardową techniką w problematyce konstrukcji kompilatorów. W tym celu bada się odpowiedni graf za pomocą obliczenia określonego wielomianu macierzowego. Tematyka ta jest przedstawiana już w pracy [C13] pkt 4.7.6 i innych klasycznych monografiach na temat konstrukcji kompilatorów.

## 18. PRZEWODNIK PO PUBLIKACJACH

### 18.1. Algorytmy podstawowe - publikacje [A1], [A2]

Celem naukowym publikacji [A1] jest zbudowanie podstawy matematycznej do konstrukcji algorytmów odwracania konfluentnych macierzy Vandermonde'a.

Optymalizuje ona wcześniej znane w literaturze formuły macierzowe do zwartej postaci, dogodnej dla dalszej budowy algorytmów. W szczególności wyeliminowano w niej konieczność obliczania ciągu wielomianów macierzowych.

Dodatkowym wynikiem artykułu [A1] jest przedstawienie szukanej odwrotności rozważanego typu macierzy specjalnych w postaci jawnych formuł. Mogą one być użyteczne w przypadku niewielkich rozmiarów macierzy, jak w przedstawionym na str. 105 artykule [A1] przykładzie, gdzie rozmiar macierzy  $n = 4$ .

Celem naukowym publikacji [A2] jest konstrukcja efektywnego algorytmu, służącego do odwracania konfluentnych macierzy Vandermonde'a.

Argumentami wejściowymi zaprezentowanego algorytmu są dwie tablice liczb o długości  $r$ , tj.  $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ : real,  $n_1, \dots, n_r$ : integer oraz liczba elementów tablic  $r$ : integer. W ujęciu matematycznym liczby  $\lambda_1, \dots, \lambda_r$  są parametrami odwracanej macierzy specjalnej, natomiast  $n_1, \dots, n_r$  są odpowiadającymi im krotnościami, przy czym suma krotności jest równa wymiarowi odwracanej macierzy  $n$  (kwadratowej).

Istotną zaletą zaprezentowanego algorytmu w porównaniu z wcześniej dostępnymi w literaturze jest jego czasowa złożoność obliczeniowa, która wynosi  $O(n^2)$  (wyłączając etap końcowego wypełniania macierzy, wymagający dwóch mnożeń na element, złożoność ta wynosi  $O(nr)$ ) i jest niezależna od wartości parametrów wejściowych algorytmu, w tym przypadku krotności  $n_1, \dots, n_r$ . W szczególności złożoność ta pozostaje kwadratowa w przypadkach, gdy wszystkie krotności są małe w porównaniu z rozmiarem macierzy, występuje kilka dużych krotności lub wszystkie z krotności są duże. Innymi słowy zaprezentowany algorytm posiada kwadratową złożoność czasową także w przypadku złożoności pesymistycznej.

Dotychczas algorytmy o kwadratowej złożoności czasowej dla dowolnych argumentów wejściowych były znane w literaturze jedynie dla zagadnienia odwracania klasycznych macierzy Vandermonde'a. Przedstawiono je w artykułach [C6] i [C15].

Dla **uogólnienia** rozważanej klasy macierzy specjalnych, tj. konfluentnych macierzy Vandermonde'a, w literaturze przedstawiono kilka algorytmów dla ich odwracania, które można znaleźć w artykułach [C10], [C16]. Osiągają one złożoność  $O(n^2)$  tylko w **szczególnym** przypadku, dla małych krotności  $n_1, \dots, n_r$ . Czasowa złożoność pesymistyczna pozostaje równa  $O(n^3)$ , co asymptotycznie jest złożonością równą m.in. naiwnemu algorytmowi mnożenia macierzy oraz ich odwracania za pomocą klasycznych algorytmów operujących na macierzach o dowolnej postaci.

Artykuł [C10] zastrzega o kwadratowej złożoności czasowej jedynie w szczególnym przypadku na str. 98 w wierszach 8-9, natomiast artykuł [C16] na str. 797 w ostatnim zdaniu.

W omawianym artykule [A2] przedstawiłem:

- Przegląd zastosowań konfluentnych macierzy Vandermonde'a – pkt 2 str. 2044-2045.
- Porównanie z wcześniejszymi, innego rodzaju niż algorytmy, metodami odwracania tego typu macierzy specjalnych – pkt 3 str. 2045.
- Formalną definicję rozważanego typu macierzy specjalnych – pkt 4 str. 2045.
- Indukcyjny dowód poprawności algorytmu rekurencyjnego – pkt 5 str. 2046-2047.
- Dowód na złożoność czasową algorytmu równą  $O(n^2)$ , niezależną od danych wejściowych – pkt 7 str. 2047-2048.
- Diagram przepływu obliczeń – rys. 1 na str. 2048.
- Odwracanie przykładowej macierzy o wymiarach  $10 \times 10$  oraz przebieg kolejnych iteracji algorytmu - str. 2050 oraz w tab. 1 na str. 2051.



- Przykładową implementację algorytmu w C++ - str. 2052-2054.

Ponadto:

- W artykule [A2] na rys. 3 testy dokładności wykonano dla danych losowych. Uzyskano wysoką dokładność do  $n=17$  włącznie, co jest dobrym wynikiem w przypadku losowych danych dla tego rodzaju macierzy specjalnych. Artykuł [C6] przeprowadza test dokładności przy danych losowych dla algorytmu odwracania klasycznej postaci macierzy Vandermonde'a uzyskując dobrą dokładność maksymalnie dla  $n=20$ . Wyniki testów dokładności algorytmu przedstawionego w artykule [A2] dla najważniejszych typów rozkładu parametrów przedstawiłem w punkcie 19 autoreferatu.
- Złożoność pamięciowa przedstawionego w omawianym artykule [A2] algorytmu wynosi  $O(n^2)$ . Algorytm nie wymaga przydzielania dodatkowych struktur danych (poza stałą ilością skalarnych zmiennych pomocniczych) oprócz poszukiwanej odwrotności, a także nie ma konieczności przydzielania pamięci dla wyjściowej macierzy, dla której należy znaleźć odwrotność. Diagram przepływu obliczeń nr 1 na str. 2048 pokazuje, jak do przechowywania zmiennej liczby tymczasowych zmiennych skalarnych i zmiennej liczby tymczasowych wektorów wykorzystać nieużywane - na danym etapie algorytmu - pola wyznaczonej macierzy odwrotnej<sup>18</sup>.
- Wyniki eksperymentalnych testów czasowych algorytmu z omawianej publikacji [A2] przedstawiłem w publikacji [A4] na str. 183, gdzie można znaleźć porównanie efektywności algorytmów z pełnego cyklu publikacji [A1]-[A4].

**Podsumowując**, w artykule [A2] skonstruowałem i zaimplementowałem efektywny algorytm służący do odwracania szerokiej klasy macierzy specjalnych, wybranych ze względu ich szczególne znaczenie w różnych dyscyplinach. Uzyskana efektywność jest lepsza od posiadanej przez inne algorytmy z literatury i nie zależy od konkretnych wartości danych wejściowych, wymogi pamięciowe są minimalne, natomiast uzyskana dokładność jest na poziomie innych algorytmów znanych z literatury.

## 18.2. Algorytm addytywny - publikacja [A3]

Celem naukowym publikacji [A3] jest konstrukcja algorytmu dla operacji odwracania konfluentnych macierzy Vandermonde'a przy założeniu sukcesywnego dodawania nowych parametrów, o wyższej efektywności niż uzyskiwana – dla tej konkretnej operacji – przez pozostałe algorytmy z cyklu publikacji [A1]-[A4].

Uzyskano złożoność czasową algorytmu  $O(n^2 + rn_r^2)$ , gdzie  $n$  oraz  $r$  oznaczają – analogicznie jak w artykule [A2] – odpowiednio rozmiar macierzy specjalnej oraz liczbę jej parametrów, natomiast zmienna  $n_r$  oznacza krotność parametru, który jest dodawany do istniejącej, konfluentnej macierzy Vandermonde'a. Wylączając etap końcowego wypełniania macierzy złożoność ta wynosi  $O\left(rn_r^2 + \sum_{k=1}^{r-1} n_k^2\right)$ . W praktyce przedstawiony

<sup>18</sup> Nie można go jednak nazwać *in-place* w sensie stricto, gdyż na wejściu otrzymuje on dwa wektory parametrów o wymiarze  $r$  ( $r \leq n$ ), które jednoznacznie opisują daną macierz.

algorytm jest efektywniejszy od pozostałych w przypadku niewielkich krotności dodawanego parametru  $n_r$ .

Złożoność pamięciowa algorytmu wynosi  $O(n^2)$ , przy czym, oprócz samej wynikowej macierzy odwrotnej oraz stałej ilości skalarnych zmiennych pomocniczych, algorytm korzysta z pomocniczej macierzy  $D$  o wymiarach  $n \times r$ ,  $r \leq n$ .

W artykule [A3], po przeglądzie zastosowań rozważanego typu macierzy specjalnych, porównaniu z innymi metodami ich odwracania oraz podaniu definicji, przedstawiłem:

- Matematyczną formułę na odwrotność (niedogodną z punktu widzenia algorytmicznego, gdyż nie stanowiącą podstawy dla implementacji rekurencyjnej) – pkt 5 str. 720-721.
- Formułę rekurencyjną stosowaną przez algorytm przy dodawaniu do macierzy kolejnych parametrów wraz z jej dowodem indukcyjnym – pkt 6.1 str. 722.
- Budowę struktury danych, służącej w algorytmie do przechowywania wewnętrznych danych, oraz diagram przepływu obliczeń w tej strukturze – pkt 6.2 str. 723-724.
- Wyznaczenie złożoności obliczeniowych algorytmu: czasowej i pamięciowej – pkt 7 str. 724.
- Działanie algorytmu przy odwracaniu macierzy o wymiarach  $12 \times 12$ , na przykładzie dodania czwartego parametru do macierzy o trzech parametrach i wymiarach  $8 \times 8$  - pkt 8 str. 724-727. W podpunkcie 8.2 przedstawiono operacje przeprowadzane na pomocniczej strukturze danych oraz przebieg kolejnych iteracji algorytmu – str. 726.
- Eksperymentalne pomiary szybkości algorytmu dla kilku wartości dodawanych parametrów (ich krotności) - rys. 3 str. 728, oraz porównanie z czasem działania klasycznego algorytmu Gaussa o złożoności sześcienniej – rys. 2 str. 727.
- Przykładową implementację algorytmu w C++ - str. 728-730.

Wyniki testów dokładności algorytmu przedstawionego w artykule [A3] zamieściłem w punkcie 19 autoreferatu, natomiast dodatkowe eksperymentalne testy czasowe tego algorytmu znajdują się w publikacji [A4] na str. 183.

**Podsumowując**, skonstruowany w artykule [A3] algorytm znajduje zastosowanie w przypadku gdy przewidujemy, że zajdzie potrzeba dodawania nowych parametrów do istniejącej macierzy podlegającej odwracaniu.

### 18.3. Algorytmy modyfikujące - publikacja [A4]

Celem naukowym publikacji [A4] jest zastosowanie wybranych dynamicznych struktur danych, tj. drzewa binarnego oraz listy dwukierunkowej, do konstrukcji modyfikujących algorytmów operujących na macierzach specjalnych, należących do typu konfluentnych macierzy Vandermonde'a. Zastosowanie dynamicznych struktur danych pozwoliło na efektywną implementację każdej z operacji modyfikujących, tj. dodawania, usuwania i modyfikacji wybranego parametru macierzy specjalnej.

Myślą przewodnią publikacji [A4] jest konstrukcja algorytmów umożliwiających modyfikację wybranych parametrów danej macierzy specjalnej bez konieczności powtarzania całości obliczeń od początku. W tym celu ściśle wydziela się fragment obliczeń wymagających rekalkulacji.

Strukturą danych typowo stosowaną w algorytmach numerycznych oraz symulacji komputerowej jest standardowa tablica jednowymiarowa oraz macierz. Istnieje zaledwie kilka przykładów algorytmów obliczeniowych, w których z powodzeniem zastosowano innego rodzaju struktury danych:

- Słynny algorytm symulacji klasycznego problemu fizycznego, jakim jest ewolucja układu złożonego z  $N$  ciał oddziałujących grawitacyjnie. Naiwna implementacja tego problemu, bez użycia dynamicznych struktur danych, daje złożoność czasową  $O(n^2)$ . Słynny artykuł [C1], omawiany także w znanej monografii [C3] pkt 5.1, zaproponował przechowanie stanu (tj. wektorów: położenia i prędkości) całych grup ciał w węzłach dynamicznie modyfikowanego drzewa czwórkowego lub ósemkowego, w zależności od tego, czy symulacja jest prowadzona odpowiednio na płaszczyźnie, czy w przestrzeni. Autor oszacował złożoność czasową tak skonstruowanego algorytmu na poziomie  $O(n \log n)$ . Ciekawostką jest fakt, iż później inny autor w pracy [C7] udowodnił, iż złożoność tego algorytmu jest liniowa. Obecnie algorytm symulacji  $N$  ciał należy do klasyki informatyki, stosuje się go m.in. do testowania wydajności sprzętu. Jego istotną zaletą w tym ostatnim zastosowaniu jest fakt, iż do szybkiego działania wymaga od testowanego sprzętu efektywności zarówno w działaniach całkowitoliczbowych, jak i w zmiennopozycyjnych.
- Praca [C11] z 2007 r. przedstawia algorytm symulacji tzw. młyna kulowego wysokiej energii, gdzie jako strukturę danych wykorzystano podwójnie łączone listy w kombinacji ze strukturą drzewową.
- Dynamiczne struktury danych stosuje się w reprezentacji macierzy rzadkich w postaci listy list.

Struktura danych stosowana w algorytmach przedstawionych w publikacji [A4] ma postać listy złożonej z  $r$  drzew binarnych, gdzie  $r$  to liczba parametrów macierzy, na której operuje algorytm. Każde z  $r$  drzew binarnych jest drzewem wyważonym, która to własność jest istotna dla efektywności obliczeń wykonywanych na macierzy przy operacji dodawania, usuwania lub modyfikacji określonego parametru. Ponadto, w każdym z węzłów drzew znajduje się lista dwukierunkowa, elementy której przechowują dane liczbowe typu skalarnego.

W punkcie 7.2 na str. 182 publikacji [A4] przedstawiłem przykładową postać drzewa odpowiadającego określonej macierzy i przebieg obliczeń dla zmiany wartości jednego z parametrów macierzy. Na wstępie artykułu [A4] przedstawiłem klasyczny przykład zastosowań drzewowych struktur danych w algorytmach symulacyjnych, przegląd zastosowań rozważanego typu macierzy specjalnych, porównanie z innymi metodami ich odwracania oraz definicję. Po tym następuje:

- Alternatywna formuła matematyczna na odwrotność – pkt 5.1 str. 174-175.
- Analiza problemu modyfikacji parametrów macierzy – pkt 6 str. 175-176.
- Zaprojektowanie struktury danych oraz określenie wielkości matematycznych przechowywanych w poszczególnych jej elementach, w szczególności w korzeniu oraz w liściach drzew – pkt 6.1 str. 176.

- Zaprojektowanie odpowiednich operacji na strukturze danych, odpowiadających poszczególnym operacjom modyfikującym macierz, tj. dodawaniu, usuwaniu oraz modyfikacji danego jej parametru – pkt 6.1 str. 176-178.
- Procedury w postaci pseudokodu wywoływane dla odpowiedniego węzła drzewa binarnego, w przypadku tworzenia nowego liścia, rekalkulacji węzła wewnętrznego i rekalkulacji liści (każdy z węzłów drzewa binarnego zawiera listę dwukierunkową z danymi typu liczbowego) – pkt 6.1 str. 178-179.
- Wyznaczenie złożoności algorytmów modyfikujących: czasowej - tw. 6.2 str. 179-180, pamięciowej - tw. 6.3 str. 180.
- Działanie algorytmu na przykładzie modyfikacji wybranego parametru macierzy o łącznie sześciu parametrach (tab. 2), w tym przykładową budowę drzewa (rys. 3 dla  $k = 6$ ) oraz zawartość list przed i po modyfikacji (tab. 3), przechowywanych w każdym z węzłów drzewa, które wymagają rekalkulacji – pkt 7 str. 181-182.

Oprócz tego w artykule [A4] przedstawiłem podsumowanie złożoności obliczeniowych oraz wyniki testów eksperymentalnych, porównujące efektywność wszystkich algorytmów z cyklu publikacji [A1]-[A4].

- Eksperymentalne testy efektywności i dokładności algorytmów z artykułu [A4] przeprowadziłem za pomocą własnej, specjalnie zaprogramowanej do tego celu ich implementacji w C++.
- Tabela 1 na str. 181 podsumowuje złożoności czasowe i pamięciowe dla wszystkich algorytmów z artykułów [A2]-[A4]. W przypadku złożoności czasowych dla każdego algorytmu w osobnych wierszach rozróżniono odpowiednio złożoność czasową w przypadku pesymistycznym (dla dowolnych wartości parametrów), oraz złożoność czasową dla szczególnego przypadku małych krotności wszystkich parametrów danej macierzy. Oprócz złożoności czasowych wyróżnionych w tabeli 1 należy uwzględnić złożoność czasową związaną z końcowym wypełnianiem macierzy, wymagającym dwu mnożeń na jej element (realizowanym przez tę samą procedurę dla każdego z algorytmów z publikacji [A2]-[A4]), czyli należy uwzględnić etap o złożoności  $O(n^2)$  przy stałej proporcjonalności równej dwa. Pomiar czasu wykonania końcowego etapu wypełniania macierzy wykazały, iż trwa on 30%-50% czasu wykonania algorytmów, których złożoności podsumowuje tabela 1 str. 181. Zgodnym z oczekiwaniami wyjątkiem jest przypadek dużych krotności parametrów dla algorytmu z publikacji [A2], gdzie etap wypełniania trwał maksymalnie 400% wykonania algorytmu 5 z tejże publikacji. Z kolei zasadność wyłączenia w przypadku wybranych złożoności osobnego wyrazu postaci  $m_i^2$  potwierdzają eksperymentalne testy czasowe, przedstawione na wykresie 6 str. 184.
- Wykresy 4 i 5 na str. 183 podsumowują wyniki eksperymentalnych testów czasu wykonania algorytmów, w funkcji rozmiaru odwracanej macierzy, dla dwóch przypadków parametrów: dużej liczby parametrów o małej krotności i parametrów o dużej krotności (oznaczenia "A" i "B" są zgodne z oznaczeniami wprowadzonymi w tab. 1 na str. 181 i dotyczą odpowiednio algorytmów z artykułów [A2] i [A3]). W przypadku algorytmów

z pracy "B", czyli z artykułu [A3], test dotyczy dodawania parametru o odpowiednio małej lub dużej krotności.

- Wykres 6 na str. 184 przedstawia wyniki eksperymentalnego testu czasów wykonania dwu operacji przez algorytmy z artykułu [A4], tj. modyfikacji i usuwania wybranego parametru macierzy. W tym przypadku testy przeprowadzono dla macierzy o stałym rozmiarze  $n$  i stałej liczbie parametrów  $r$ , natomiast zmianie podlegają krotności kolejnych parametrów macierzy. Zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi (dla operacji modyfikacji parametru macierzy w złożoności czasowej znajduje się odrębny wyraz  $rn_i^2$ , nie występujący przy operacji usuwania) można zaobserwować wzrost czasu wykonania algorytmu w przypadku operacji modyfikacji danego parametru macierzy wraz z wzrostem jego krotności, natomiast zjawisko to nie występuje w przypadku operacji usuwania kolejnych parametrów.

**Podsumowując**, w cyklu publikacji [A1]-[A4] przedstawiłem i przeanalizowałem zbiór algorytmów operujących na konkretnym typie macierzy specjalnych, wybranym ze względu na jego potencjalne zastosowania w różnych dyscyplinach. Motywacją do podjęcia tego tematu badawczego jest fakt, iż nie są znane uniwersalne algorytmy odwracania macierzy (tj. algorytmy dla macierzy bez określonej struktury) o wielomianowej złożoności czasowej z wykładnikiem niższym niż 2.37, natomiast dalszy znaczący wzrost efektywności można uzyskać poprzez konstrukcję specjalizowanych algorytmów dla wybranego typu macierzy specjalnych.

Jerzy Respondek

## 19. DODATEK – TESTY DOKŁADNOŚCI ALGORYTMÓW

W niniejszym punkcie przedstawiłem wyniki eksperymentalnych testów dokładności algorytmów przedstawionych w publikacjach [A1]-[A4].

Jako miarę dokładności wyznaczonej odwrotności  $V^{-1}$  przyjąłem zmodyfikowaną normę Frobeniusa lewych residuów  $\|V^{-1}V - I\|_F / n^2$ ,  $\|V\|_F = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n v_{ij}^2}$ , przy zastosowaniu liczb zmiennopozycyjnych o podwójnej precyzji. Testy przeprowadziłem dla dwu rodzajów krotności parametrów: małych krotności ( $n_i = i$  dla  $i = 1, 2, 3$ ,  $n_i = n_i - 3$  dla  $i > 3$ ) oraz dużych krotności ( $n_i = n / 3$ ,  $i = 1, 2, 3$ ). Wyniki podsumowałem w tabelach 1-3.

Testy przeprowadziłem dla następujących typów rozkładów parametrów macierzy:

- 1 - parametry nieujemne, równoodległe w przedziale  $< 0, 1 >$ .
- 2 - parametry równoodległe w przedziale symetrycznym  $< -1, 1 >$ .
- 3 - parametry Czebyszewa w przedziale  $(0, 1)$ ,  $\lambda_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2r} \cos(2i+1)\pi$ ,  $i = 0, 1, \dots, r-1$ .
- 4 - parametry Czebyszewa w przedziale  $(-1, 1)$ ,  $\lambda_i = \cos(2i+1)\pi / (2r)$ ,  $i = 0, 1, \dots, r-1$ .
- 5 - parametry skupione w przedziale  $< -1, 1 >$ ,  $\lambda_i = -1 + 2i^2 / (r-1)^2$ ,  $i = 0, 1, \dots, r-1$ .

**Tabela 1** Wyniki testów dokładności dla algorytmu z publikacji [A2]

rozmiar macierzy	liczba parametrów	błąd $\ V^{-1}V - I\ _F / n^2$ ; małe krotności				
$n$	$r$	równoodległe $< 0, 1 >$	równoodległe $< -1, 1 >$	Czebyszewa $(0, 1)$	Czebyszewa $(-1, 1)$	skupione $< -1, 1 >$
10	6	5.84E-12	2.34E-15	3.83E-12	1.06E-15	1.55E-13
19	10	6.88E-05	4.82E-12	2.75E-06	3.24E-13	1.88E-08
22	12	1.77E-02	4.94E-10	6.61E-04	2.50E-12	4.68E-06
25	13		1.08E-09	1.97E-02	4.19E-11	4.30E-05
28	15		1.23E-07		7.44E-10	5.33E-02
37	19		2.46E-04		7.86E-07	
43	22		5.99E-01		5.59E-05	
46	24				1.37E-03	
50	26				5.76E-02	
52	27				2.31E-01	
$n$	$r$	błąd – duże krotności				
12	3	0	0	1.25E-11	2.78E-15	2.39E-15
21		1.97E-02	0	7.93E-06	5.00E-13	7.99E-12
24			5.05E-04	3.08E-04	3.70E-12	1.37E-09
27			4.18E-02	4.13E-02	2.33E-11	4.91E-08
30				1.90E+00	1.53E-10	2.52E-06
33					2.67E-09	7.87E-05
36					1.84E-08	6.93E-03
39					1.18E-07	
48					1.64E-04	
57					1.00E-01	

**Tabela 2** Wyniki testów dokładności dla algorytmu z publikacji [A3]

rozmiar macierzy	liczba parametrów	błąd $\ V^{-1}V - I\ _F / n^2$ ; małe krotności				
$n$	$r$	równoodległe $\langle 0, 1 \rangle$	równoodległe $\langle -1, 1 \rangle$	Czebyszewa $(0, 1)$	Czebyszewa $(-1, 1)$	skupione $\langle -1, 1 \rangle$
10	6	2.82E-11	6.29E-15	1.74E-12	2.29E-15	7.40E-14
20	11	1.30E-02	4.84E-11	5.10E-05	3.70E-12	1.88E-07
22	12	1.20E+00	2.27E-10	1.19E-03	1.40E-11	6.81E-06
26	14		2.09E-08	1.17E+00	3.36E-10	8.43E-04
31	16		6.56E-06		1.35E-08	5.81E-01
40	21		7.23E-02		2.38E-05	
43	22		2.02E+00		1.85E-04	
52	27				7.42E-01	
55	28				6.05E+00	
$n$	$r$	błąd – duże krotności				
12	3	0	0	1.33E-11	1.61E-15	2.39E-15
21		1.97E-02	0	5.36E-05	1.73E-12	4.58E-11
24			5.05E-04	3.03E-03	5.49E-12	1.63E-09
27			4.18E-02	3.99E-01	3.21E-10	4.85E-08
33					3.10E-08	2.65E-03
36					1.31E-06	3.99E-02
39					1.51E-05	
45					1.72E-03	
48					3.63E-02	
51					6.09E-01	

**Tabela 3** Wyniki testów dokładności dla algorytmu z publikacji [A4]

rozmiar macierzy	liczba parametrów	błąd $\ V^{-1}V - I\ _F / n^2$ ; małe krotności				
$n$	$r$	równoodległe $\langle 0, 1 \rangle$	równoodległe $\langle -1, 1 \rangle$	Czebyszewa $(0, 1)$	Czebyszewa $(-1, 1)$	skupione $\langle -1, 1 \rangle$
10	6	2.43E-12	7.47E-16	4.44E-12	1.43E-15	1.37E-13
20	11	8.44E-04	5.09E-11	4.85E-05	7.39E-13	2.05E-07
25	13	1.21E+01	2.92E-09	3.79E-02	6.13E-11	3.92E-05
31	16		2.24E-06		2.73E-09	2.09E-01
38	20		1.13E-02		1.57E-06	
44	23		6.21E+00		5.25E-04	
50	26				3.98E-02	
$n$	$r$	błąd – duże krotności				
12	3	0	0	7.99E-12	2.01E-15	5.27E-15
21		1.97E-02	0	5.86E-05	7.30E-13	2.30E-11
24			5.05E-04	2.78E-03	1.85E-11	1.40E-09
27			4.18E-02	4.95E-01	1.35E-10	4.90E-08
30					2.07E-09	2.52E-06
33					2.22E-08	7.87E-05
48					5.27E-03	
51					3.30E-01	

## 20. LITERATURA

### 20.1. Cykl publikacji powiązanych tematycznie stanowiących osiągnięcie naukowe

- [A1] J.S. Respondek, "On the confluent Vandermonde matrix calculation algorithm", **Applied Mathematics Letters**, Vol. 24, pp. 103-106, 2011.
- [A2] J.S. Respondek, "Numerical recipes for the high efficient inverse of the confluent Vandermonde matrices", **Applied Mathematics and Computation**, Vol. 218, pp. 2044-2054, 2011.
- [A3] J.S. Respondek, "Recursive numerical recipes for the high efficient inverse of the confluent Vandermonde matrices", **Applied Mathematics and Computation**, Vol. 225, pp. 718-730, 2013.
- [A4] J.S. Respondek, "Dynamic Data Structures in the Incremental Algorithms Operating on a Certain Class of Special Matrices", **Lecture Notes in Computer Science**, Part VI, 8584, pp. 171-185, 2014, 14th International Conference on Computational Science and Its Applications, Guimaraes, Portugal, June 30 - July 3, 2014.

### 20.2. Pozostałe publikacje i referaty po uzyskaniu stopnia doktora

#### PUBLIKACJE W CZASOPISMACH Z LISTY JCR Z REDAKCJĄ ZA GRANICĄ

- [B1] J.S. Respondek, "Numerical simulation in the partial differential equations controllability analysis with physically meaningful constraints", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 81 (1), pp. 120-132, 2010.
- [B2] J.S. Respondek, "Numerical approach to the non-linear diofantic equations with applications to the controllability of infinite dimensional dynamical systems", *International Journal of Control*, Vol. 78 (13), pp. 1017-1030, 2005.
- [B3] J.S. Respondek, "Numerical analysis of controllability of diffusive-convective system with limited manipulating variables", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34 (8), pp. 934-944, 2007.
- [B4] J.S. Respondek, "Approximate controllability of the  $n$ -th order infinite dimensional systems with controls delayed by the control devices", *International Journal of Systems Science*, Vol. 39 (8), pp. 765-782, 2008.
- [B5] J.S. Respondek, "Controllability of dynamical systems with constraints", *Systems & Control Letters*, Vol. 54 (4), pp. 293-314, 2005.

#### INNE PUBLIKACJE

- [B6] J.S. Respondek, "Advanced Induction Variable Elimination for the Matrix Multiplication Task", *Lecture Notes in Computer Science*, Part I, 9155, pp. 232-241, 2015, 15th International Conference on Computational Science and Its Applications, Banff, Canada, June 22-25, 2015.



- [B7] J.S. Respondek, "*Double Pointer Shifting Window C++ Algorithm for the Matrix Multiplication*", Lecture Notes in Computer Science, Part VI, 8584, pp. 161-170, 2014, 14th International Conference on Computational Science and Its Applications, Guimaraes, Portugal, June 30 - July 3, 2014.
- [B8] J.S. Respondek, "*Efektywny algorytm odwracania konfluentnych macierzy Vandermonde'a*", XL Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 2011, s. 65-66.
- [B9] J.S. Respondek, "*Synteza oraz optymalizacja algorytmów odwracania uogólnionych macierzy Vandermonde'a*", XXXIX Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 2010, s. 60.
- [B10] J.S. Respondek, "*Coupled algorithm approach for the certain partial differential equations properties research*", 2nd European Seminar on Coupled Problems, Pilzno, Czechy 2010, p. 76.
- [B11] J.S. Respondek, "*Numerical algorithm for the controllability level of an elliptic distributed parameters system*", 29th IASTED International Conference on Modelling Identification and Control, Innsbruck, Austria 2010, pp. 376-380.
- [B12] J.S. Respondek, "*Parallel algorithm designing for the simulation of the properties of the distributed parameters systems*", Polish Journal of Environmental Studies, Proceedings of the Congress of Young IT Scientists, Świnoujście 2008, Vol. 17 (3B), pp. 370-374.
- [B13] J.S. Respondek, "*Dynamic task dividing in the parallel implementation of algorithm for solving certain nonlinear diofant equations*", VI konferencja Computer Methods and Systems, Kraków 2007, pp. 345-348.
- [B14] J.S. Respondek, "*Task dividing method in diophantine equation parallel solving*", Polish Journal of Environmental Studies, Proceedings of the Congress of Young IT Scientists, Świnoujście 2007, Vol. 16 (4A), pp. 264-267.
- [B15] J.S. Respondek, "*An Algebraic Approach to the Linear-Quadratic Optimisation of Second Order Dynamical Systems*", Archives of Control Sciences, Volume 17, No. 1, pp. 105-116, 2007.
- [B16] J.S. Respondek, "*A parallel implementation in the investigations of the controllability of an infinite dimensional system in the three dimensional rectangular prism*", Konferencja Informatyka-Badania i Zastosowanie, Kazimierz Dolny 2005. Proc. in: Annales UMCS Informatica, Vol. 6, Lublin 2007, pp. 15-22.
- [B17] J.S. Respondek, "*Zastosowanie protokołu TCP/IP w algorytmie rozwiązywania wybranej klasy nieliniowych równań diofantycznych*", XIII Konferencja Sieci Komputerowe, Zakopane 2006, Tom 1-Nowe Technologie, WKŁ, Warszawa 2006, s. 243-250.
- [B18] J.S. Respondek, "*Parallel implementation of algorithm for solving certain nonlinear diofant equations*", V Konferencja Computer Methods and Systems, Kraków 2005, Vol. 2, Oprogramowanie Naukowo-Techniczne, pp. 389-392.

- [B19] J.S. Respondek, "*The effective algorithm for solving the quadratic diofantic equation with three unknowns*", Konferencja Informatyka-Badania i Zastosowania. Kazimierz Dolny 2005, Proc. in: *Annales UMCS Informatica*, Vol. 3, Lublin 2005, pp. 57-64.
- [B20] J.S. Respondek, "*Porównanie efektywności algorytmów badania krotności wartości własnych operatora Laplace'a określonego w prostokącie*", XXXIV Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 2005, s. 74.
- [B21] J.S. Respondek, "*Równoległy algorytm znajdowania par liczb całkowitych generujących równe sumy kwadratów w kombinacji liniowej*", XI Konferencja Sieci Komputerowe, Zakopane 2004, *Współczesne problemy sieci komputerowych – Zastosowanie i bezpieczeństwo*, WNT, Warszawa 2004, s. 309-316.
- [B22] J.S. Respondek, "*Numeryczne algorytmy rozwiązywania wybranych klas równań diofantycznych*", X Środowiskowa Konferencja Matematyczno-Informatyczna, Materiały Konferencyjne, Korytnica 2004, s. 50.
- [B23] J.S. Respondek, "*System Wielokanałowej Akwizycji Sygnałów Dźwiękowych*", XI Konferencja Systemy Czasu Rzeczywistego, Ustroń 2004, *Współczesne problemy systemów czasu rzeczywistego*, WNT 2004, s. 491-500.
- [B24] J.S. Respondek, "*The applications of the decomposition of the real numbers to the linear combination of three natural number's squares to the investigations of the controllability of an infinite dimensional system in the three dimensional space domain*", *Archiwum Informatyki PAN*, Vol. 15 (2), pp. 143-167, 2003.

### 20.3. Literatura przedmiotu

- [C1] A.W. Appel, "*An efficient program for many-body simulation*", *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, Vol. 6 (1), pp. 85-103, 1985.
- [C2] A.V. Aho, J.E. Hopcroft, J.D. Ullman, "*Projektowanie i analiza algorytmów komputerowych*", PWN, Warszawa, 1983.
- [C3] J. Bentley, "*Programming Pearls*", AT & T Laboratories, New Jersey, 1986.
- [C4] D. Coppersmith, S. Winograd, "*Matrix multiplication via arithmetic progressions*", *Journal of Symbolic Computation*, Vol. 9 (3), pp. 251-280, 1990.
- [C5] T.H. Cormen, Ch.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein, "*Wprowadzenie do algorytmów*", *Klasyka Informatyki*, WNT, Warszawa, 2007. (tłum. K. Diks i in.)
- [C6] A. Eisinberg, G. Fedele, "*On the inversion of the Vandermonde matrix*", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 174, pp. 1384-1397, 2006.
- [C7] K. Esselink, "*The order of Appel's algorithm*", *Information Processing Letters*, Vol. 41, pp. 141-147, 1992.
- [C8] F. Le Gall, "*Powers of tensors and fast matrix multiplication*", *Proceedings of the 39th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, 2014.
- [C9] M. Iglewski, J. Madey, S. Matwin, "*Pascal*", WNT, Warszawa, 1986.
- [C10] U. Luther, K. Rost, "*Matrix exponentials and inversion of confluent Vandermonde matrices*", *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, Vol. 18, pp. 91-100, 2004.
- [C11] R. Reichardt, W. Wiechert, "*Event driven algorithms applied to a high energy ball mill simulation*", *Granular Matter*, Vol. 9, pp. 251-266, 2007.

- [C12] V. Strassen, "*Gaussian Elimination is not Optimal*", Numerical Mathematics, Vol. 13, pp. 354–356, 1969.
- [C13] P. Wegner, "*Programming Languages, Information Structures, and Machine Organization*", McGraw-Hill, New York, 1968.
- [C14] N. Wirth, "*Wstęp do programowania systematycznego*", WNT, Warszawa, 1987.
- [C15] S. Yan, A. Yang, "*Explicit algorithm to the inverse of Vandermonde matrix*", Int. Conf. Test and Measurements, pp. 176-179, 2009.
- [C16] X. Zhong, Y. Zhaoyong, "*A fast algorithm for inversion of confluent Vandermonde-like matrices involving polynomials that satisfy a three-term recurrence relation*", SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, Vol. 19 (3), pp. 797-806, 1998.

Jerzy Respondek