

POLITECHNIKA POZNAŃSKA  
WYDZIAŁ INFORMATYKI I TELEKOMUNIKACJI

Autoreferat rozprawy doktorskiej

---

**Modelowanie kolejkowych systemów  
przelewowych z mechanizmami progowymi  
i wielousługowymi źródłami ruchu**

---

*Autor:*

Damian KMIECIK

*Promotor:*

prof. dr hab. inż. Mariusz  
GŁABOWSKI

*Promotor pomocniczy:*

dr hab. inż. Sławomir HANCZEWSKI

Instytut Sieci Teleinformatycznych

28 maja 2021

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Podstawy modelowania systemów z ruchem przelewowym</b>	<b>6</b>
2.1	Wielosługowy model Erlanga-Engseta-Pascala . . . . .	6
2.2	Modelowanie systemów z przelewem ruchu . . . . .	7
2.3	Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych bez dodatkowych mechanizmów kształtowania ruchu . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych z dodatkowymi mechanizmami kształtowania ruchu</b>	<b>13</b>
3.1	Wielosługowe systemy przelewowe z kompresją ruchu . . . . .	13
3.1.1	Kompresja bezprogowa . . . . .	13
3.1.2	Kompresja progowa . . . . .	15
3.2	Wielosługowe systemy kolejkowe z przelewem ruchu . . . . .	16
3.3	Ogólny model systemu przelewowego z kompresją progową, bezprogową oraz kolejkami . . . .	18
3.4	Weryfikacja dokładności przedstawionych modeli . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Symulator systemów kolejkowych z przelewem ruchu</b>	<b>23</b>
<b>5</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>25</b>

# Rozdział 1

## Wstęp

Usługi dostarczane za pomocą sieci (systemów) telekomunikacyjnych cieszą się nieustającym zainteresowaniem ze strony użytkowników. Przenoszenie codziennych aktywności do Internetu, takich jak chociażby zakupy, oglądanie filmów, a także praca zdalna, powodują znaczące zwiększanie zapotrzebowania na zasoby sieciowe. Rosnąca dostępność aktualnie rozwijanych oraz nowych usług dodatkowo wpływa na zwiększenie się liczby użytkowników. Transmisja gwałtownie wzrastającej ilości danych jest znacznym wyzwaniem dla sieci telekomunikacyjnych.

Systematyczna optymalizacja, m.in. poprzez wdrażanie zaawansowanych mechanizmów zarządzania ruchem sieci telekomunikacyjnych, jest zatem niezbędna, by sprostać rosnącym oczekiwaniom. Jednym z kluczowych elementów optymalizacji ruchu jest wykorzystywanie dostępnych zasobów w możliwie najbardziej efektywny sposób. Oznacza to, że mechanizmy te muszą być prawidłowo dobrane m.in. w zależności od struktury sieci, obsługiwanego w niej ruchu oraz wymaganych parametrów jakościowych. Decyzja o wyborze właściwych rozwiązań może być podejmowana m.in. na podstawie odpowiednich modeli analitycznych systemów telekomunikacyjnych, opracowanych z wykorzystaniem technik teorii i inżynierii ruchu, pozwalających w akceptowalnym horyzoncie czasowym określić wpływ tych rozwiązań na efektywność ruchową sieci. Modele te są szczególnie przydatne na etapie wymiarowania sieci, tj. określania wielkości zasobów niezbędnych do sprostania oczekiwaniom zarówno obecnych, jak i przyszłych użytkowników w zakresie jakości obsługi.

Wśród mechanizmów optymalizacji rozprywu ruchu telekomunikacyjnego jednym z najstarszych jest przelew ruchu. Mechanizm ten zakłada realizację obsługi zgłoszenia poprzez pewne alternatywne zasoby, w przypadku gdy zasób pierwotny, na który w pierwszej kolejności kierowane było zgłoszenie z żądaniem obsługi, okazał się zajęty w stopniu uniemożliwiającym jego realizację. Zdefiniowany w ten sposób mechanizm pozwala na optymalizację obciążenia zasobów sieciowych przy jednoczesnym zapewnieniu wymaganych parametrów jakościowych niemal niezależnie od zastosowanej technologii sieciowej, w tym także w bezprzewodowych sieciach i systemach komórkowych, takich jak chociażby systemy 4G i 5G.

Systemy, w których początkowo zastosowano przelewanie ruchu, były jednousługowymi sieciami hierarchicznymi, oferującymi usługę telefonii. Przelew ruchu umożliwił w nich realizację połączeń pomiędzy węzłami sieci, między którymi bezpośrednie połączenie było niemożliwe ze względu na brak dostępnej infrastruktury, lub – co występowało zdecydowanie częściej – ze względu na czasowy brak wolnych zasobów. Agregacja ruchu przekazywanego poprzez wyższe szczeble hierarchii, pochodzącego z wielu zasobów bezpośrednich, pozwoliła na zoptymalizowanie obciążenia sieci przy zmieniających się w czasie natężeniach ruchu.

Wysoka efektywność ruchowa mechanizmu przelewu ruchu, obserwowana w przypadku sieci jednousługowych, spowodowała jego naturalne zastosowanie także w przypadku sieci wielousługowych. Współczesne sieci telekomunikacyjne są właśnie sieciami wielousługowymi (historycznie określanymi także sieciami z integracją usług), zapewniającymi obsługę strumieni wielu klas ruchu. Różnorodność usług obsługiwanych w sieci powoduje powstanie różnych wymagań dotyczących czasu oraz jakości obsługi. W przypadku usług czasu rzeczywistego, czyli usług wrażliwych na opóźnienia, kluczowy jest czas dostarczenia danych, nawet kosztem utraty części przesyłanych danych. Usługi czasu nierzeczywistego, czyli usługi wrażliwe na straty, wymagają dostarczenia wszystkich danych, nawet jeżeli czas dostarczenia mógłby ulec wydłużeniu. Z punktu widzenia teorii ruchu, mechanizmem kształtowania ruchu pozwalającym na realizację tych dwóch typów usług jest mechanizm progowej i bezprogowej kompresji ruchu. Mechanizmy kompresji powodują zmniejszenie wielkości przydzielanych zasobów (najczęściej przepływności) nowym i/lub aktualnie obsługiwanym strumieniom pakietów (zgłoszeniom) i w konsekwencji umożliwiają obsługę większej liczby zgłoszeń. Jeżeli wraz ze zmniejszeniem przepływności wydłużany jest czas obsługi zgłoszeń, to taki ruch nazywany jest elastycznym, np. w przypadku usług opartych na protokole TCP (ang. Transmission Control Protocol). Jeżeli natomiast mimo zmniejszenia przesyłu danych czas obsługi pozostaje niezmienny, to taki ruch nazywany jest adaptacyjnym, np. w przypadku strumieniowania wideo, opartego na protokołach RTP (ang. Real Time Protocol), RTSP (ang. Real Time Control Protocol) oraz UDP (ang. User Datagram Protocol). Mechanizmy kompresji zmniejszają wielkość przydzielanych zasobów przeznaczonych na obsługę zgłoszeń poszczególnych klas wraz ze wzrostem obciążenia systemu. W przypadku kompresji bezprogowej zmniejszenie wielkości udostępnianych zasobów następuje zarówno dla obsługiwanych, jak i przyjmowanych do obsługi zgłoszeń. W przypadku kompresji progowej, zmniejszenie wielkości przydzielanych zasobów następuje jedynie dla nowo przyjmowanych zgłoszeń (strumieni pakietów), a wielkość przydzielanych zasobów zależy wprost od zdefiniowanych progów, określanych poprzez stan obciążenia/zajętości zasobu. Wśród metod obsługi usług wrażliwych na straty i niewrażliwych na opóźnienia, wpływających na kształtowanie ruchu, wyróżnić można także mechanizmy kolejkowania. Pozwalają one na zatrzymanie nowych oferowanych zgłoszeń, których obsługa nie jest w danym momencie możliwa ze względu na stan zajętości systemu, aż do czasu zwolnienia wymaganych zasobów. Mechanizm ten pozwala na zmniejszenie liczby traconych zgłoszeń kosztem opóźnienia czasu obsługi pojedynczych z nich.

Zarówno samo wprowadzenie wielousługowej obsługi zgłoszeń w sieci, jak i dodatkowych mechanizmów zarządzania ruchem w tych sieciach, spowodowały, że w znaczący sposób zmienił się charakter ruchu przelewowego oraz właściwości ruchowe systemów obsługujących ruch przelewowy. Dodatkowo, na znaczący wzrost złożoności procesu analizy systemów z przelewem ruchu, obsługujących usługi czasu nierzeczywistego, wpłynęła także konieczność uwzględnienia występowania kolejek, pozwalających na zmniejszenie liczby traconych pakietów w momentach wysokiego obciążenia systemu.

Pierwsze efektywne modele systemów wielousługowych z przelewem ruchu powstały w 2007 i 2008 roku. Były one ograniczone do analizy systemów, których zasobom pierwotnym oferowane

były klasy ruchu Erlanga, dla których charakterystyczny jest brak zależności między intensywnością natężenia oferowanego ruchu i liczbą już obsługiwanych użytkowników systemu. Podstawą tych modeli jest tzw. wielousługowa aproksymacja Haywarda, gdzie zastosowano podział parametrów ruchu oraz pojemności przez odpowiednie współczynniki pikowości zaproponowane dla systemów jednousługowych w metodzie Fredericksa-Haywarda. Następnie, modele te zostały rozszerzone o mieszanie oferowanych zasobom pełnodostępnym strumieni ruchu typu Engseta, w którym intensywność natężenia oferowanego ruchu zmniejsza się wraz z liczbą obsługiwanych użytkowników danego systemu, a także strumieni ruchu typu Pascala, w którym intensywność natężenia oferowanego ruchu zwiększa się wraz z liczbą obsługiwanych użytkowników danego systemu.

Modele oparte na uogólnieniu metody Fredericksa-Haywarda podlegają ciągłemu rozszerzaniu z uwagi na ich wysoką dokładność przy niskiej złożoności obliczeniowej. Metody te są także podmiotem rozważań niniejszej rozprawy.

Autor rozprawy zaproponował nowe, dokładniejsze metody wyznaczania parametrów ruchu przelewanych wielousługowych systemów klas ruchu Erlanga-Engseta-Pascala na podstawie kryterium dopasowania prawdopodobieństwa blokady. Szczegółowa analiza dokładności wyznaczania parametrów ruchu klas typu Pascala wskazała ograniczenia obecnie dostępnych metod i pozwoliła na opracowanie metody pozbawionej tych problemów. W szczególności autor prowadził badania nad modelami wielousługowych systemów przelewowych, w których zarówno zasoby pierwotne, jak i zasoby wtórne obsługują mechanizmy kompresji ruchu.

W wyniku przeprowadzonych badań zaproponowano następujące modele:

- model wielousługowego systemu przelewowego, zapewniający wzrost dokładności modelowania dla ruchu typu Pascala,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją bezprogową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu elastycznego,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu adaptacyjnego,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych dla strumieni ruchu elastycznego,
- model wielousługowego systemu przelewowego z kolejkowaniem zgłoszeń w zasobach pierwotnych oraz wtórnych,
- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania długości kolejki zasobów pierwotnych oraz wtórnych z podziałem na obsługiwane klasy ruchu,
- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania długości kolejki zasobów pierwotnych oraz wtórnych wspólnej dla wszystkich obsługiwanych klas,

- model wielousługowego systemu przelewowego z metodami wyznaczania średniego czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce zasobów pierwotnych oraz wtórnych.

Wysoka dokładność opracowanych metod pozwala na ich praktyczne wykorzystanie na etapie projektowania oraz optymalizacji wielousługowych systemów i sieci telekomunikacyjnych z przelewem ruchu, w których stosowane są dodatkowe mechanizmy zarządzania wielkością przydzielanych zasobów.

Najważniejsze rezultaty badań związanych bezpośrednio z rozprawą opublikowane zostały w następujących artykułach, referatach i rozdziałach:

1. M. Głąbowski, S. Hanczewski, D. Kmiecik, "Modelowanie mechanizmów równoważenia obciążenia w samooptymalizujących się sieciach komórkowych 4G", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2015, str. 1191-1195, 2015.
2. S. Hanczewski, J. Weissenberg, D. Kmiecik, "The new approximative model of multiservice Erlang's ideal grading with queues", *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP 2016)*, str. 1 – 5, 2016.
3. S. Hanczewski, D. Kmiecik, "Properties of the Multiservice Erlang's Ideal Gradings", *Journal of Telecommunications and Information Technology*, nr 1/2016, str. 37 – 43, 2016.
4. M. Głąbowski, M. Stasiak, D. Kmiecik, "Overflow of Elastic Traffic", *Proceedings of the 2016 International Conference on Broadband Communications for Next Generation Networks and Multimedia Applications (CoB-Com)*, str. 1 – 6, 2016.
5. S. Hanczewski, J. Weissenberg, D. Kmiecik, "Modelowanie analityczne wielousługowych, niepełnodostępnych systemów kolejkowych", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2016, str. 874 – 878, 2016.
6. S. Hanczewski, D. Kmiecik, M. Stasiak, J. Weissenberg, "Multiservice Queuing System with Elastic Traffic", *Proceedings of the 2016 IEICE General Conference: IEICE*, str. 46-47, 2016.
7. A. Kaliszan, D. Kmiecik, "Analiza możliwości zastosowania algorytmów splotowych do modelowania systemów z dowolnymi strumieniami zgłoszeń", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8-9/2017, str. 782 – 788, 2017.
8. M. Głąbowski, D. Kmiecik, "Overflows of elastic traffic", *Image Processing & Communications*, nr 22/1, str. 13-26, 2017.
9. M. Głąbowski, D. Kmiecik, M. Stasiak, "Modelling of Multiservice Networks with Separated Resources and Overflow of Adaptive Traffic", *Journal of Wireless Communications and Mobile Computing*, tom 2018, str. 1 – 17, 2018.
10. A. Kaliszan, D. Kmiecik, "System z przelewem ruchu oraz kolejkami w zasobach pierwotnych oraz wtórnych", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne* nr 8-9/2018, str. 660 – 665, 2018.

11. M. Głąbowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Overflows in multiservice systems", *IEICE Transactions On Communications*, nr E102-B/5, str. 958 – 969, 2019.
12. M. Głąbowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Modelling multi-service overflow Pascal traffic", *Proceedings of the 2018 IEICE General Conference*, str. 70 – 71, 2018.
13. M. Głąbowski, D. Kmieciak, "Modelowanie przelewowego ruchu Pascala", *Przegląd Telekomunikacyjny – Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 7/2019, str. 682–687, 2019.
14. M. Głąbowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "Modelling Overflow Systems with Queuing in Primary Resources", *Quality, Reliability, Security and Robustness in Heterogeneous Systems . Qshine 2018. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering, Springer*, nr 272, str. 148 – 157, 2019.
15. M. Głąbowski, D. Kmieciak, M. Stasiak, "On Increasing Accuracy of Modelling Multiservice Overflow Systems with Erlang-Engset-Pascal Streams", *Journal of Electronics MDPI*, nr 10/4, str. 508-1 – 508-24, 2021.

### **Cel rozprawy**

Celem rozprawy było opracowanie analitycznych i symulacyjnych modeli wielosługowych systemów przelewowych z ruchem Erlanga, Engseta i Pascala, w których stosowane są wybrane mechanizmy kształtowania ruchu (kolejkowanie, bezprogowa kompresja ruchu elastycznego, progowa kompresja ruchu elastycznego i adaptacyjnego), zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych. Dodatkowo, celem rozprawy było zbadanie obciążalności systemów przelewowych z ruchem wielosługowym i dodatkowymi mechanizmami sterującymi wielkością przydzielanych zasobów.

### **Teza rozprawy**

*Możliwe jest opracowanie efektywnych modeli analitycznych wielosługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami bezprogowej i progowej kompresji.*

Pod pojęciem efektywności rozumiane jest tutaj opracowanie modeli sieci na poziomie zgłoszeń (strumieni pakietów / przepływów), które będą charakteryzować się wysoką dokładnością uzyskiwanych rezultatów, umożliwiającą ich wykorzystanie na etapie analizy i wymiarowania sieci oraz wspierania funkcji sterujących procesem przyjmowania zgłoszeń.

## Rozdział 2

### Podstawy modelowania systemów z ruchem przelewowym

Projektowanie nowych sieci telekomunikacyjnych oraz zarządzanie istniejącymi wymaga efektywnych narzędzi, które pozwalałyby określić wielkość niezbędnych zasobów do obsługi ruchu telekomunikacyjnego w sposób optymalny. W przypadku operatorów telekomunikacyjnych optymalność rozwiązania może być rozumiana jako minimalizacja prawdopodobieństwa blokady sieci przy jednoczesnej maksymalizacji stopnia wykorzystania istniejących zasobów i minimalizacji kosztów. Jednymi z głównych grup narzędzi, które mogą nas wspomóc na etapie wymiarowania, projektowania i później utrzymania sieci, są metody opracowane w ramach inżynierii ruchu telekomunikacyjnego. Metody te wynikają z odpowiednich, analitycznych bądź symulacyjnych, modeli teorii ruchu, obejmujących m.in. modele predykcji ruchu oraz jego obsługi w konkretnych systemach i sieciach telekomunikacyjnych.

#### 2.1 Wielousługowy model Erlanga-Engseta-Pascala

Współczesne sieci wielousługowe obsługują ruch zintegrowany, generowany przez źródła należące do różnych klas ruchu. W rozprawie analizowane są systemy o skończonych pojemnościach, obsługujące mieszaninę strumieni zgłoszeń typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. W literaturze ruch ten określany jest często także skrótem BPP (od nazw strumieni zgłoszeń: Bernoulli–Poisson–Pascal lub w literaturze anglojęzycznej częściej jako Binomial–Poisson–Pascal).

W wielousługowym modelu z ruchem BPP zakłada się istnienie pełnodostępnego zasobu o pojemności  $V$  JA, któremu oferowany jest ruch pochodzący od  $m$  klas ze zbioru  $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ , gdzie  $m$  jest sumą  $m_{Er}$  klas Erlanga,  $m_{En}$  klas Engseta oraz  $m_{Pa}$  klas Pascala:  $m = m_{Er} + m_{En} + m_{Pa}$ . Dla zwiększenia czytelności, we wzorach opisujących mieszaniny klas ruchu parametry zostały uzupełnione o indeksy dolne wskazujące na typ ruchu  $X$  ( $X \in \{Er, En, Pa\}$ ) oraz indeks klasy  $c$  ( $c \in M$ ):  $(Er, i)$  dla klasy  $i$  typu Erlanga,  $(En, j)$  dla klasy  $j$  typu Engseta oraz  $(Pa, k)$  dla klasy  $k$  typu Pascala.

Zgłoszenia klasy  $c$  żądają  $t_{X,c}$  JA. W przypadku, gdy zajętość systemu  $n$  jest większa niż  $V - t_{X,c}$  JA, zgłoszenie klasy  $c$  jest tracone z uwagi na brak wolnych zasobów wystarczających do jego obsługi. Prawdopodobieństwo blokady wyznaczane jest oddzielnie dla każdej z klas jako suma prawdopodobieństw znalezienia się zasobu w stanach uniemożliwiających przyjęcie kolejnego zgłoszenia:

$$E_c = \sum_{n=V-t_{X,c}+1}^V [P_n]_V, \quad (2.1)$$



gdzie  $[P_n]_V$  jest prawdopodobieństwem zajęcia  $n$  zasobów systemu o pojemności  $V$  JA.

W celu wyznaczenia rozkładu zajęcia (prawdopodobieństw  $[P_n]_V$ ) w rozważanym systemie pełnodostępnym, w którym występuje zmiana natężenia strumienia zgłoszeń w zależności od liczby obsługiwanych źródeł ruchu (stanu zajęcia systemu), w rozprawie wykorzystano metodę MIM-NSD-BPP (ang. Multiple Iteration Method - Not State Dependent), której opis został przedstawiony w rozprawie. Metoda ta pozwala na zapis rozkładu prawdopodobieństwa  $[P_n]_V$  zajęcia wielousługowego zasobu pełnodostępnego:

$$n[P_n]_V = \sum_{c=1}^m A_{X,c}(n - t_{X,c})t_{X,c}[P_{n-t_{X,c}}]_V, \quad (2.2)$$

nazywanego uogólnionym rozkładem Kaufmana-Robertsza (URKR) w postaci uwzględniającej parametry klas BPP:

$$n[P_n]_V = \sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i}t_{Er,i}[P_{n-t_{Er,i}}]_V + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j}\alpha_{En,j}\sigma_{En,j}(n - t_{En,j})t_{En,j}[P_{n-t_{En,j}}]_V + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k}\beta_{Pa,k}\sigma_{Pa,k}(n - t_{Pa,k})t_{Pa,k}[P_{n-t_{Pa,k}}]_V. \quad (2.3)$$

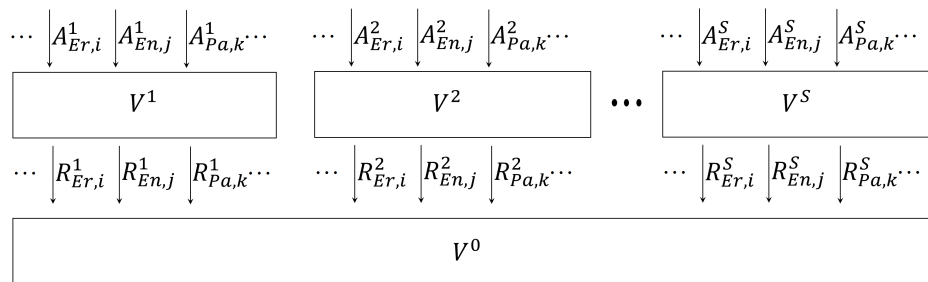
Wyznaczenie wartości ruchu oferowanego Engseta i Pascala we wzorze (2.3) wymaga określenia współczynników zmian strumienia zgłoszeń  $\sigma_{X,c}$ , a tym samym średniej liczby aktywnych źródeł ruchu w poszczególnych stanach zajęcia  $i_{X,c}(n)$ , co jest realizowane za pomocą metody MIM-NSD-BPP. W metodzie tej przyjęto, że liczba  $i_{X,c}(n)$  jest równa średniej liczbie obsługiwanych zgłoszeń  $y_{X,c}(n)$  tej klasy.

## 2.2 Modelowanie systemów z przelewem ruchu

Podstawą modelowania systemów z przelewem ruchu – zgodnie z koncepcją metody Fredericksa-Haywarda (opis metody przedstawiono w rozprawie) – jest określenie właściwości ruchowych zasobów pierwotnych oraz wtórnych, a także parametrów ruchu przelewowego (spływającego z zasobów pierwotnych na wtórne) w postaci dwóch pierwszych momentów ruchu spływającego – wartości średniej  $R_{X,c}$  oraz wariancji  $(\sigma^2)_{X,c}$ . Wśród wyznaczanych właściwości ruchowych wyróżnia się rozkład zajęcia zasobu oraz prawdopodobieństwo wystąpienia blokady zgłoszeń obsługiwanej klasy ruchu. Problematyka modelowania systemu przelewowego wynika ze zmiany charakterystyki ruchu przelewowanego na zasoby wtórne, względem ruchu oferowanego zasobom pierwotnym, do określenia którego wystarczy typ ruchu oraz wartość średnia.

Rozważmy strukturę wielousługowego systemu przelewowego składającego się z  $S$  pełnodostępnych zasobów pierwotnych (PR) o pojemnościach  $V^s$  JA, gdzie  $(0 < s \leq S)$  oraz pełnodostępnego zasobu wtórnego (SR) o pojemności  $V^0$  JA (rysunek 2.1). Zasobom pierwotnym oferowany jest ruch pochodzący od mieszanki  $m$  klas ruchu typu BPP. Każde nowe zgłoszenie, trafiające na wejście zasobu pierwotnego  $s$ , jest przyjmowane do obsługi, jeżeli zasób ten dysponuje wolnymi JA w liczbie nie mniejszej niż żądane przez to zgłoszenie  $t_{X,c}$  JA. W przeciwnym razie, takie zgłoszenie jest przelewane na zasób wtórny, gdzie podejmowana jest próba

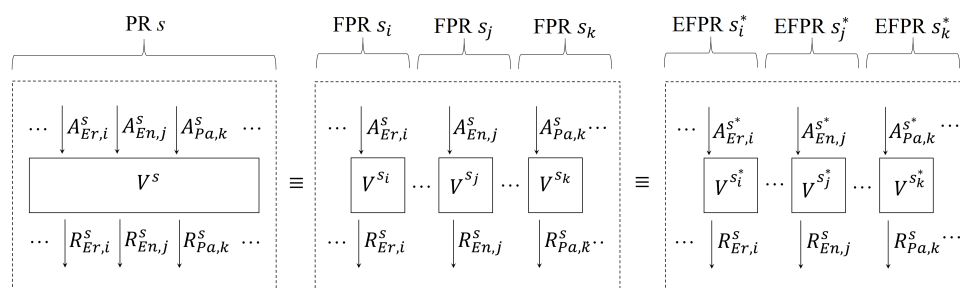
jego obsługi. Jeżeli stan zajętości zasobu wtórnego, w momencie pojawienia się takiego zgłoszenia, także nie pozwala na jego obsługę ze względu na niewystarczającą liczbę wolnych JA, to jest ono traczone.



RYSUNEK 2.1: Schemat przelewu ruchu wielousługowego

Modelowania zasobów pierwotnych poprzez wyznaczenie rozkładu zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady obsługiwanych klas ruchu realizowane jest zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 2.1.

Modelowania ruchu przelewowego poprzez wyznaczenie wartości średniej  $R_{X,c}^s$  oraz wariancji  $(\sigma^2)_{X,c}^s$  ruchu spływającego z zasobów pierwotnych, dla poszczególnych klas ruchu realizowane jest na podstawie wzorów Riordana (2.8), (2.9). Bezpośrednie wykorzystanie wzorów (2.8), (2.9) (opracowanych dla jednousługowych systemów przelewowych z obsługą ruchu typu Erlanga) nie jest możliwe z uwagi na wielousługowość badanych systemów. Rozwiązaniem jest sprowadzenie omawianych systemów wielousługowych do systemów jednousługowych, którym oferowany jest (ekwiwalentny) ruch typu Erlanga. Realizowane jest to poprzez dekompozycję (rysunek 2.2) każdego z wielousługowych zasobów pierwotnych (PR), które są dzielone na pewne fikcyjne zasoby (FPR), obsługujące tylko jedną z klas, a następnie każdy z nich zamieniany jest na ekwiwalentny zasób (EFPR) z obsługą klas typu Erlanga. Podczas zamian, prawdopodobieństwo blokady poszczególnych klas ruchu oraz wartość średnia ruchu spływającego, pozostają bez zmian. Poprawność takiego podejścia została wielokrotnie potwierdzona w literaturze przedmiotu.



RYSUNEK 2.2: Dekompozycja zasobu pierwotnego s

W rozprawie określone zostały trzy metody wyznaczania pojemności FPR:

- Dopasowanie blokady Erlanga – podstawą jej funkcjonowania jest założenie, że dla każdego FPR, obsługującego ruch klasy  $i$  typu Erlanga o natężeniu  $A_{Er,i}^s$  oraz żądaniach  $t_{Er,i}^s$  JA, możliwe jest wyznaczenie jego pojemności  $V^{s_i}$  na podstawie równoważnego jednousługowego systemu obsługującego ruch typu Erlanga o takim samym natężeniu  $A_{Er,i}^s$  oraz prawdopodobieństwie jego blokady  $E_{Er,i}^s$ . Realizowane jest

to na podstawie wzoru wzoru B-Erlanga:

$$E_{Er,i}^s = \frac{(A_{Er,i}^s)^{V^s i}}{V^s i!} \cdot \frac{1}{\sum_{l=0}^{V^s i} \frac{(A_{Er,i}^s)^l}{l!}}. \quad (2.4)$$

Metodę można rozszerzyć o klasy ruchu typu Engseta oraz Pascala poprzez wstępną zamianę tych typów na ekwiwalenty Erlangowskie na podstawie zmodyfikowanej metody ERT (ang. Equivalent Random Traffic, ERT). Opis metody ERT oraz jej modyfikacji przedstawiono w rozprawie.

- Dopasowanie ruchu obsłużonego – wyznaczanie pojemności fikcyjnego zasobu pierwotnego  $s_c$ , zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego, polega na określeniu średniej liczby JA zajętych przez zgłoszenia klasy  $c$  w rzeczywistym zasobie pierwotnym. W metodzie tej przyjęto, że są to wszystkie te JA, które nie zostały zajęte przez zgłoszenia pozostałych klas, co można zapisać w postaci wzoru:

$$V^{s_c} = V^s - \sum_{l=1; l \neq c}^m Y_{X,l}^s t_{X,l}, \quad (2.5)$$

- Dopasowanie blokady BPP – autor rozprawy zaproponował nową metodę dopasowania blokady klas ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. Zaproponowana metoda zakłada określanie pojemności fikcyjnego zasobu pierwotnego obsługującego dowolną klasę ruchu, poprzez wykorzystanie odpowiedniego dla tego typu ruchu wzoru na prawdopodobieństwo blokady w systemie jednousługowym. Oznacza to, że wyznaczonym fikcyjnym zasobom pierwotnym oferowane są strumienie zgłoszeń tego samego typu co wielousługowemu zasobowi pierwotnemu, o takim samym średnim natężeniu ruchu, ale z żadaniami równymi 1 JA. W przypadku klas typu Erlanga zastosowanie ma wzór (2.4). Dla klasy  $j$  typu Engseta obsługiwanej w zasobie  $s$  pojemność określana jest za pomocą wzoru:

$$E_{En,j}^s = \frac{\binom{N_{En,j}^s}{V^s j} (\alpha_{En,j}^s)^{V^s j}}{\sum_{l=0}^{V^s j} \binom{N_{En,j}^s}{l} (\alpha_{En,j}^s)^l}, \quad (2.6)$$

natomiast dla klasy  $k$  typu Pascala wykorzystywany jest wzór Pascala, który po uwzględnieniu oznaczeń wykorzystywanych w rozprawie można zapisać w postaci:

$$E_{Pa,k}^s = \frac{\binom{-S_{Pa,k}^s}{V^s k} (-\beta_{Pa,k}^s)^{V^s k}}{\sum_{l=0}^{V^s k} \binom{-S_{Pa,k}^s}{l} (-\beta_{Pa,k}^s)^l}, \quad (2.7)$$

Zaproponowane rozwiązanie, w porównaniu z metodami dopasowania blokady Erlanga oraz dopasowania ruchu obsłużonego, zwiększyło dokładność wyznaczanych pojemności fikcyjnych zasobów pierwotnych  $s_c$ , a tym samym dwóch pierwszych momentów ruchu spływającego.

Drugim etapem metody dekompozycji zasobów pierwotnych, jest zamiana FPR na EFPR, obsługujące ruch typu Erlanga będący ekwiwalentem ruchu Engseta lub Pascala. Zamiana ta realizowana za pomocą zmodyfikowanej metody ERT. Dla każdego EFPR możliwe jest wyznaczenie ruchu spływającego za pomocą wzorów Riordana:

$$R_{X,c}^s = A_{X,c}^{s*} E_{(V^{s*})} (A_{X,c}^{s*}), \quad (2.8)$$

$$(\sigma^2)_{X,c}^s = R_{X,c}^s \left[ \frac{A_{X,c}^{s*}}{(V^{s*}) + 1 - A_{X,c}^{s*} + R_{X,c}^s} + 1 - R_{X,c}^s \right]. \quad (2.9)$$

Modelowania zasobów wtórnych poprzez wyznaczenie dla nich rozkładu zajętości oraz prawdopodobieństwa blokady obsługiwanych klas ruchu realizowane jest na podstawie metody Fredericksa-Haywarda. Metoda ta pozwala na wyznaczenie dla każdej klasy  $c$  spływającej na zasoby wtórne indywidualnego współczynnika degeneracji  $Z_{X,c}$ :

$$Z_{X,c} = \frac{(\sigma^2)_{X,c}}{R_{X,c}}. \quad (2.10)$$

oraz zbiorczego współczynnika degeneracji wyrażonego wzorem:

$$Z_0 = \sum_{c=1}^m Z_{X,c} k_{X,c} = \sum_{c=1}^m Z_{X,c} \frac{R_{X,c} t_{X,c}}{\sum_{l=1}^m R_{X,l} t_{X,l}}, \quad (2.11)$$

Znając współczynniki indywidualne oraz współczynnik zbiorczy degeneracji można wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobu wtórnego za pomocą zmodyfikowanego wzoru Kaufmana-Robertsza (2.2):

$$n[P_n]_{\frac{V_0}{Z_0}} = \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{V_0}{Z_0}}. \quad (2.12)$$

Prawdopodobieństwo blokady dla klasy  $c$  typu  $X$  ( $X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$ ) wynosi:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V_0}{Z_0}-t_{X,c}+1}^{\frac{V_0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{V_0}{Z_0}}. \quad (2.13)$$

## 2.3 Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielosługowych systemach przelewowych bez dodatkowych mechanizmów kształtowania ruchu

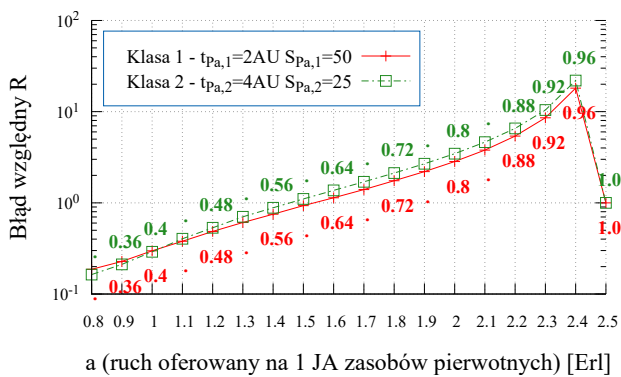
W poprzednim rozdziale opisano ogólny model systemów wielosługowych z przelewem ruchu, który prowadzi do możliwości opracowania metod określania prawdopodobieństwa blokady dla poszczególnych klas strumieni zgłoszeń spływających na zasoby wtórne. Model ten opiera się na uogólnieniu podejścia Fredericksa-Haywarda i obejmuje następujące etapy:

1. Wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady  $E_{X,c}^s$  za pomocą metody MIM-NSD-BPP dla każdej klasy  $c$  ( $c \in M$ ) typu  $X$  ( $X \in \{\text{Er, En, Pa}\}$ ) oferowanej zasobowi pierwotnemu  $s$ .

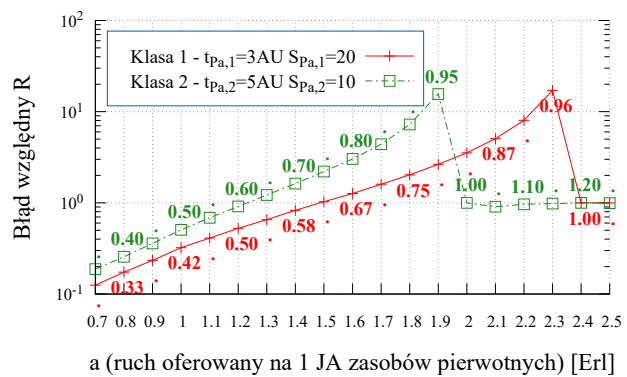
2. Zamiana każdego wielosługowego zasobu pierwotnego  $s$  na  $m$  fikcyjnych zasobów pierwotnych  $s_c$  ( $c \in M$ ) oraz wyznaczenie ich pojemności.
3. Zamiana każdego fikcyjnego zasobu pierwotnego  $s_c$  na ekwiwalentny fikcyjny zasób pierwotny  $s_c^*$  obsługujący ruch typu Erlanga.
4. Wyznaczanie wartości średniej oraz wariancji ruchu spływającego z zasobów pierwotnych.
5. Wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa zajętości (wzór (2.12)) i prawdopodobieństwa blokady (wzór (2.13)) w zasobach wtórnych dla zgłoszeń każdej z klas  $c$  ( $c \in M$ ).

Warto jednak podkreślić, że kolejne etapy opisanej procedury mogą być realizowane z wykorzystaniem różnych metod. W rozprawie zaproponowano siedem metod (V1 – V7) opartych na przedstawionych trzech metodach wyznaczania pojemności FPR. Etap pierwszy, czwarty oraz piąty występują w tej samej formie w każdej z metod. Metody te mają kluczowe znaczenie, gdyż wpływają bezpośrednio na dokładność wyznaczania parametrów ruchu spływającego.

W rozprawie przeprowadzona została analiza dokładności metod. W metodach V1, V2, V3, liczne badania wskazują że największe różnice pomiędzy wartościami otrzymywanymi symulacyjnie, a wartościami analitycznymi występują w systemach, które obsługują zgłoszenia klas typu Pascala. Autor rozprawy, w oparciu o wartość średnią ruchu przelewającego, przeprowadził analizę zależności wpływających na dokładność otrzymywanych wyników. Wzrost ruchu oferowanego jednej JA zasobów pierwotnych wpływa na wzrost błędu względnego otrzymanej wartości średniej ruchu przelewającego  $R$ : dokładność wartości wyznaczanych analitycznie maleje, co można zaobserwować na rysunkach 2.3 – 2.4. Po przekroczeniu wartości  $\alpha = 1$  średniego natężenia ruchu oferowanego przez jedno wolne źródło ruchu następuje odwrócenie tego trendu.



RYSUNEK 2.3: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewającego, system nr 1b<sub>Pa</sub>.



RYSUNEK 2.4: Błąd względny wartości średniej ruchu przelewającego, system nr 2b<sub>Pa</sub>.

Autor rozprawy zaproponował aproksymację nie-Erlangowskich klas ruchu strumieniem Erlanga (szczegółowo przedstawiono w rozprawie), którego wartość średnia ruchu oferowanego  $A_{X,c}^s$  określana jest jedynie za pomocą parametrów uzyskanych metodą MIM-NSD-BPP. Wartość ta może być wyznaczona na podstawie wzoru:

$$A_{X,c}^s = \frac{Y_{X,c}^s}{1 - E_{X,c}^s}. \quad (2.14)$$

Określona w powyższy sposób wartość średnia ruchu oferowanego  $A_{X,c}^s$  traktowana jest na tym etapie jak ruch typu Erlanga, czyli jak ekwiwalentna wartość średnia natężenia  $A_{X,c}^{s*}$ . Ekwiwalentna pojemność  $V^{s*}$  fikcyjnego zasobu pierwotnego obsługującego ten ruch wyznaczana jest zgodnie z metodą dopasowania blokady Erlanga. Zastosowanie metody aproksymacji nie-Erlangowskich klas ruchu strumieniem Erlanga dla klas typu Engseta oraz Pascala pozwoliło na opracowanie metod V4-V7. W rozprawie przedstawiono wynik porównania wszystkich metod, na podstawie którego wybrana została metoda V4 jako najdokładniejsza. Metoda ta w dalszej części rozprawy stosowana jest jako podstawowa metoda systemów z przelewem ruchu. W tabeli 2.1 zawarto skrótowe zestawienie różnic pomiędzy omawianymi metodami, a ich dokładny opis przedstawiono się w rozprawie.

TABELA 2.1: Zestawienie różnic pomiędzy metodami dekompozycji zasobów pierwotnych

Metoda	Wyznaczenie FPR	Wyznaczenie EFPR
V1	Zamiana klas typu Engseta oraz Pascala na ekwiwalentne klasy typu Erlanga w oparciu o metodę EFPR-mod-ERT. Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania blokady Erlanga.	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.
V2	Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego.	Klasy Engseta oraz Pascala zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR-mod-ERT.
V3	Wyznaczenie pojemności FPR zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP.	Klasy Engseta oraz Pascala zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR-mod-ERT.
V4	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga oraz Engseta zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP, a klas Pascala zgodnie z metodą FPR-Aproksymacja-E-Erl. Pojemność zasobów obsługujących klasy typu Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą aproksymacji strumieniem Erlanga	Klasy Engseta zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR-mod-ERT. Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.
V5	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga oraz Engseta zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego, a klasy typu Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą FPR-Aproksymacja-E-Erl.	Klasy Engseta zamieniane są na ekwiwalentne klasy typu Erlanga zgodnie z metodą EFPR-mod-ERT. Pozostałe klasy można na tym etapie traktować jak klasy typu Erlanga.
V6	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga zgodnie z metodą dopasowania blokady BPP, a klas Engseta oraz Pascala zgodnie z metodą FPR-Aproksymacja-E-Erl.	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.
V7	Wyznaczenie pojemności FPR klas Erlanga zgodnie z metodą dopasowania ruchu obsłużonego, a klasy typu Engseta oraz Pascala wyznaczone są zgodnie z metodą FPR-Aproksymacja-E-Erl.	Klasy na tym etapie są w postaci ekwiwalentnych klas typu Erlanga, więc nie są wymagane dalsze operacje.

## Rozdział 3

# Metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady w wielousługowych systemach przelewowych z dodatkowymi mechanizmami kształtowania ruchu

### 3.1 Wielousługowe systemy przelewowe z kompresją ruchu

Działanie mechanizmów kompresji, zarówno progowej, jak i bezprogowej, uzależnione jest od aktualnego stanu obciążenia zasobu. Mechanizmy kompresji bezprogowej w momencie pojawienia się zgłoszenia na wejściu zasobu, którego stan zajętości nie pozwala na jego obsługę, zmniejszają przepływność wszystkich obsługiwanych aktualnie zgłoszeń. Zwolnione w ten sposób jednostki alokacji zasobu pozwalają na obsługę nowego zgłoszenia, które przyjmowane jest także w skompresowanej formie. Zakończenie obsługi dowolnego zgłoszenia powoduje ponowne przeliczenie stopnia kompresji wszystkich aktualnie obsługiwanych zgłoszeń w zasobie. Mechanizmy kompresji progowej, z pomocą funkcji sterującej przyjmowaniem zgłoszeń (ang. Call Admission Control, CAC), redukują przepływność zgłoszeń poszczególnych klas na etapie ich przyjmowania. Poziom redukcji zależy od aktualnego stanu zajętości systemu oraz konfiguracji progów dla danej klasy. Przyjęta wartość przepływności ustalana jest jednorazowo i nie ulega zmianie w trakcie obsługi.

W ramach prac prowadzonych nad doktoratem po raz pierwszy opracowane zostały modele systemów przelewowych, w których zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych obsługiwany ruch podlega mechanizmom kompresji.

#### 3.1.1 Kompresja bezprogowa

Wielousługowe systemy przelewowe, obsługujące ruch elastyczny z kompresją bezprogową, wykorzystywane są w transmisji ruchu wrażliwego na straty i niewrażliwego na opóźnienia przesyłu pakietów danych. W omawianym systemie każdy z  $s$  zasobów pierwotnych obsługuje zgłoszenia oferowane przez  $m$  klas. Zasoby pierwotne przyjmują oferowane zgłoszenie zawsze, gdy stan zajętości danego zasobu pozwala na jego obsługę w całości. Brak wystarczającej liczby dostępnych jednostek alokacji uruchamia mechanizm kompresji. Wielkości przydzielonych zasobów przeznaczonych na obsługę zgłoszeń są zmniejszane, przy jednoczesnym wydłużaniu czasu obsługi, do poziomu pozwalającego przyjąć nowe, także skompresowane zgłoszenie.

Poziom kompresji jest równy dla wszystkich zgłoszeń oraz podlega ponownemu przeliczeniu wraz z każdym przyjęciem lub zakończeniem obsługi zgłoszenia. Maksymalny poziom kompresji określa granicę redukcji przepływności występującą w danym zasobie. Pozwala to ustalić poziom obciążenia zasobu, dla którego przepływności obsługiwanych zgłoszeń nie są już zmniejszane, a nowe nie są przyjmowane przez dany zasób. Następuje wtedy przelew nowych zgłoszeń w nieskompresowanej postaci na zasoby wtórne. Zasoby wtórne także posiadają możliwość stosowania kompresji bezprogowej ruchu elastycznego. Dopiero przekroczenie maksymalnego stopnia skończonej kompresji w zasobach wtórnych prowadzi do utraty zgłoszenia.

Podczas modelowania zasobu z kompresją bezprogową zamiast zmniejszania żądań każdego z obsługiwanych i przyjmowanych zgłoszeń, zwiększa się pojemność zasobu o dodatkowe wirtualne jednostki alokacji. Pierwotną pojemność zasobu określa się jako pojemność rzeczywistą  $V_r^s$  dla zasobu  $s$ , a pojemność powiększoną o wirtualne jednostki alokacji  $V_w^s$  określa się jako pojemność wirtualną  $V_v^s$  zasobu ( $V_v^s = V_r^s + V_w^s$ ). Kompresja występuje w stanach  $n$  zajętości zasobu przekraczających poziom rzeczywistej pojemności  $V_r^s < n \leq V_v^s$ . Konieczne jest wtedy także przeliczenie pozostałego czasu obsługi zgodnie z poziomem aktualnej kompresji  $\frac{n}{V_v^s}$ . Stosowanie kompresji wydłuża czas obsługi zgłoszeń, ale pozwala na zrealizowanie ich w pełni przy jednoczesnym zmniejszeniu strat systemu.

Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów można wyznaczyć na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (2.2) w postaci ogólnej:

$$[P_n]_{V_v^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \sum_{c=1}^m A_{X,c}^s (n - t_{X,c}^s) t_{X,c}^s [P_{n-t_{X,c}^s}]_{V_v^s}. \quad (3.1)$$

Modyfikacje te (wzór (3.1)) uwzględniają „zwiększenie” pojemności zasobu do wartości wirtualnej  $V_v^s$  oraz wydłużanie czasu obsługi przez wprowadzenie funkcji  $\min(n, V_r^s)$ . Ostatecznie, uwzględniając definicje średnich wartości natężenia ruchu dla każdego typu klas, otrzymujemy:

$$[P_n]_{V_v^s} = \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \left( \sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i}^s t_{Er,i}^s [P_{n-t_{Er,i}^s}]_{V_v^s} + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j}^s \alpha_{En,j}^s \sigma_{En,j}^s (n - t_{En,j}^s) t_{En,j}^s [P_{n-t_{En,j}^s}]_{V_v^s} + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k}^s \sigma_{Pa,k}^s (n - t_{Pa,k}^s) t_{Pa,k}^s [P_{n-t_{Pa,k}^s}]_{V_v^s} \right). \quad (3.2)$$

Prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$ , której zgłoszenia oferowane są na zasób  $s$  obsługujący ruch elastyczny, przyjmie następującą postać:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=V_v^s-t_{X,c}^s+1}^{V_v^s} [P_n]_{V_v^s}. \quad (3.3)$$

Parametry ruchu przelewowego, takie jak wartość średnia  $R_{X,c}^s$  oraz wariancja  $(\sigma^2)_{X,c}^s$ , wyznaczone są zgodnie z metodą V4, a rozkład prawdopodobieństwa zajętości w zasobach wtórnych można zapisać w postaci:

$$[P_n]_{\frac{V_v^0}{Z_0}} = \frac{1}{\min(n, \frac{V_r^0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{V_v^0}{Z_0}}, \quad (3.4)$$



natomiast prawdopodobieństwo blokady dla zgłoszeń klasy  $c$  w zasobach wtórnych można określić na podstawie zmodyfikowanego wzoru (2.13):

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{v_0^0}{Z_0} - t_{X,c} + 1}^{\frac{v_0^0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{v_0^0}{Z_0}}, \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Kompresja progowa

Rozważmy teraz model wielosługowego systemu przelewowego z kompresją progową. Systemowi oferowane są zgłoszenia  $m$  klas ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala. Zgłoszenia te obsługiwane są przez  $S$  zasobów pierwotnych i jeden zasób wtórny. W przypadku kompresji progowej, parametry zgłoszeń klas ruchu, poddawanych tej kompresji, ulegają zmianie w zależności od obciążenia zasobu w momencie przyjmowania tych zgłoszeń do obsługi. Stany zajętości zasobu, w których następuje taka zmiana, nazywane są progami i ustalane są oddzielnie dla każdej z  $m$  klas obsługiwanych w danym zasobie  $s$ . W każdym z zasobów progi dla danej klasy  $c$  ( $c \in M$ ) ustalane są indywidualnie. Przypadająca na klasę  $c$  typu  $X$  ( $X \in \{Er, En, Pa\}$ ) liczba progów  $q_c$  występująca w zasobie  $s$  może zostać zapisana w postaci listy kolejnych stanów  $\{Q_{X,c,1}^s, Q_{X,c,2}^s, \dots, Q_{X,c,q_c}^s\}$ . Pierwszy stan  $n$  każdego z progów określany jest jako  $Q_{X,c,q^F}^s$ , a ostatni  $Q_{X,c,q^L}^s$ . Ze względu na progi zasob  $s$  można podzielić na  $q$  obszarów progowych, gdzie  $q \in \langle 0, q_c \rangle$  dla klasy  $c$ , a wartość  $q = 0$  oznacza obszar przedprogowy.

Każdy obszar, ze względu na zmianę liczby przydzielanych jednostek alokacji zasobu do obsługi zgłoszeń, charakteryzuje się własnym zbiorem parametrów  $\{t_{X,c,q}^s, \mu_{X,c,q}^s\}$ . Zwiększanie obciążenia zasobu  $s$ , wraz z przekraczaniem kolejnych progowych poziomów zajętości systemu  $Q_{X,c,q}^s$  powoduje zmniejszanie liczby żądanych jednostek alokacji  $t_{X,c,q}^s$  do obsługi nowych zgłoszeń klasy  $c$ . Skutkuje to wydłużaniem czasu obsługi w przypadku ruchu elastycznego lub brakiem zmiany czasu obsługi w przypadku ruchu adaptacyjnego.

Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów można wyznaczyć na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (2.2) z uwzględnieniem wszystkich progów dla każdej z klas:

$$\begin{aligned} n[P_n]_{V^s} &= \sum_{i=1}^{m_{Er}} \sum_{q=0}^{q_i} A_{Er,i,q}^s t_{Er,i,q}^s \delta_{Er,i,q}^s (n - t_{Er,i,q}^s) [P_{n-t_{Er,i,q}^s}]_{V^s} \\ &+ \sum_{j=1}^{m_{En}} \sum_{q=0}^{q_j} N_{En,j}^s \alpha_{En,j,q}^s \sigma_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) t_{En,j,q}^s \delta_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) [P_{n-t_{En,j,q}^s}]_{V^s} \\ &+ \sum_{k=1}^{m_{Pa}} \sum_{q=0}^{q_k} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k,q}^s \sigma_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) t_{Pa,k,q}^s \delta_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) [P_{n-t_{Pa,k,q}^s}]_{V^s}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

gdzie:

$$\delta_{X,c,q}^s(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } Q_{X,c,q^F}^s \leq n \leq Q_{X,c,q^L}^s \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \quad (3.7)$$

W praktyce progi definiuje się w taki sposób, aby blokada występowała jedynie w ostatnim obszarze progowym, co pozwala zapisać prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$  w postaci:

$$E_{X,c}^s = E_{X,c,q_c}^s = \sum_{n=V^s - t_{X,c,q_c}^s + 1}^{V^s} [P_n]_{V^s}. \quad (3.8)$$

W przypadku klas ruchu elastycznego konieczne jest uwzględnienie zmian czasu obsługi, występujących wraz ze zmianą obszaru progowego  $q$  zasobu wtórnego. Czas obsługi zgłoszeń wydłuża się proporcjonalnie do zmniejszania wartości przydzielanych zasobów danej klasie w odniesieniu do parametrów z obszaru przedprogowego. Pozwala to na zapis zmian czasu obsługi w danym obszarze progowym  $q$  jako stosunku  $\frac{t_{X,c,0}^0}{t_{X,c,q}^0}$  oznaczonego symbolem  $\zeta_{X,c,q}^0$ , który pozwala uwzględnić wpływ klas ruchu elastycznego w poniższy sposób:

$$n[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}} = \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c,q}^0 \delta_{X,c,q}^0 (n - t_{X,c,q}^0) \zeta_{X,c,q}^0 [P_{n-t_{X,c,q}^0}]_{\frac{V^0}{Z_0}}, \quad (3.9)$$

gdzie:

$$\delta_{X,c,q}^0(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } \frac{Q_{X,c,q}^s}{Z_0} \leq n \leq \frac{Q_{X,c,q}^L}{Z_0}, \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \quad (3.10)$$

Zbiorczy współczynnik degeneracji  $Z_0$ , określony wzorem (2.11) dla systemów wielosługowych, został zdefiniowany jako średnia ważona współczynników pikowości poszczególnych klas ruchu oferowanych na zasoby wtórne z uwzględnieniem wielkości ich żądań. W przypadku zasobów wtórnych, obsługujących klasy z kompresją progową, nie jest możliwe zastosowanie tak określonego zbiorczego współczynnika degeneracji. W związku z tym wprowadzony został współczynnik  $Z_0$  niezależny od zmieniających się wielkości żądań poszczególnych klas ruchu w różnych stanach obciążenia zasobu wtórnego:

$$Z_0 = \frac{\sum_{c=1}^m (\sigma^2)_{X,c}}{\sum_{c=1}^m R_{X,c}}. \quad (3.11)$$

Zbiorczy współczynnik degeneracji  $Z_0$  wyznaczany jest za pomocą wzoru (3.11) zawsze, gdy chociaż jedna z klas przelewanych na zasoby wtórne podlega w nich kompresji progowej.

Prawdopodobieństwo blokady zasobu wtórnego określa się jako:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0} - t_{X,c,q_c} + 1}^{\frac{V^0}{Z_0}} [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}}. \quad (3.12)$$

### 3.2 Wielosługowe systemy kolejkowe z przelewem ruchu

Rozważmy model systemu obsługującego zgłoszenia oferowane przez  $m$  klas ruchu. Zgłoszenia te w pierwszej kolejności są przyjmowane do obsługi z wykorzystaniem JA zasobów pierwotnych. W przypadku braku wystarczającej liczby JA w określonym zasobie pierwotnym  $s$  do obsługi zgłoszenia danej klasy  $c$ , zgłoszenie

to jest kierowane do kolejki, w której oczekuje na zwolnienie wystarczającej liczby JA w tym zasobie. Kolejność zgłoszeń opuszczających kolejkę zorganizowana jest zgodnie z czasem pojawienia się ich na wejściu systemu (FIFO – ang. First In, First Out). W rozważanym systemie, do każdego z zasobów może być przypisana jedna kolejka, do której trafiają zgłoszenia wszystkich klas. Jeżeli stan zajętości zasobu pierwotnego oraz przynależnej do niego kolejki nie pozwala na przyjęcie zgłoszenia pojawiającego się na wejściu systemu, to następuje jego przelew na zasoby wtórne. Podobnie jak w przypadku zasobów pierwotnych, zgłoszenia przyjmowane są do obsługi przez zasób wtórny do momentu jego zapelnienia w stopniu niepozwalającym na obsługę kolejnych. Zgłoszenia trafiają wtedy do kolejki, a gdy dostępne w niej jednostki alokacji także zostaną wyczerpane, to takie zgłoszenie jest tracone.

Uwzględniając średnie wartości natężenia ruchu oferowanego BPP oraz właściwości metody MIM-NSD-BPP, rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów pierwotnych można zapisać w następującej postaci:

$$[P_n]_{V^s+Q^s} = \frac{1}{\min(n, V^s)} \left( \sum_{i=1}^{m_{Er}} A_{Er,i}^s t_{Er,i}^s [P_{n-t_{Er,i}^s}]_{V^s+Q^s} + \sum_{j=1}^{m_{En}} N_{En,j}^s \alpha_{En,j}^s \sigma_{En,j}^s (n - t_{En,j}^s) t_{En,j} [P_{n-t_{En,j}^s}]_{V^s+Q^s} + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k}^s \sigma_{Pa,k}^s (n - t_{Pa,k}^s) t_{Pa,k} [P_{n-t_{Pa,k}^s}]_{V^s+Q^s} \right), \quad (3.13)$$

Prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$ , której ruch oferowany jest zasobowi  $s$ , przy uwzględnieniu pojemności zasobu  $V^s$  oraz kolejki  $Q^s$ , wyznaczyć można za pomocą wzoru:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=V^s+Q^s-t_{X,c}+1}^{V^s+Q^s} [P_n]_{V^s+Q^s}. \quad (3.14)$$

Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów wtórnych można zapisać następująco:

$$[P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} = \frac{1}{\min(n, \frac{V^0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c} [P_{n-t_{X,c}}]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}, \quad (3.15)$$

Prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$  typu  $X$  ( $X \in \{Er, En, Pa\}$ ) w takim systemie wynika ze skończonej pojemności kolejki i może być dla zgłoszeń klasy  $c$  określone na podstawie wzoru:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0}+Q^0-t_{X,c}+1}^{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}. \quad (3.16)$$

W rozprawie określono parametry kolejek w postaci długości kolejki (wyrażonej w JA zajętych przez wszystkie zgłoszenia danej klasy znajdujące się w kolejce) oraz czasu oczekiwania zgłoszenia w kolejce. Do każdego zasobu może przynależeć jedna kolejka dla zgłoszeń wszystkich klas, więc analizę podjęto zarówno dla kolejki z podziałem na klasy, jak i dla zgłoszeń wszystkich klas. Wartości parametrów  $x_{X,c}(n)$  oraz  $y_{X,c}(n)$ ,

wyznaczone dla poszczególnych stanów zajętości  $n$ , pozwalają określić średnią długość kolejki  $q_{X,c}^s$  dla zgłoszeń klasy  $c$  (tj. średnią liczbę zajmowanych w kolejce JA przez zgłoszenia klasy  $c$ ):

$$q_{X,c}^s = \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} q_{X,c}^s(n) [P_n]_{V^s+Q^s}, \quad (3.17)$$

Autor rozprawy zaproponował nową metodę określania rozkładu czasu oczekiwania zgłoszeń w kolejce dla systemów wielosługowych, obsługujących ruch pochodzący od klas zarówno o skończonej, jak i o nieskończonej liczbie źródeł. Zaproponowana metoda polega na uwzględnieniu średniej wartości ruchu oferowanego przez wszystkie klasy na jedną jednostkę alokacji  $a^s$  oraz intensywności  $\lambda_{X,c}^s(n)$  zgłoszeń klasy  $c$  typu  $X$  oferowanych zasobowi  $s$  w stanie  $n$ :

$$T_{X,c}^s = \frac{q_{X,c}^s a^s}{t_{X,c}} \left( \sum_{n=V^s+1}^{V^s+Q^s} \lambda_{X,c}^s(n) [P_n]_{V^s+Q^s} \right)^{-1}, \quad (3.18)$$

Znając wartości parametrów  $x_{X,c}^0(n)$  oraz  $y_{X,c}^0(n)$ , średnią długość kolejki zasobu wtórnego  $q^0$  klasy  $c$  można określić wzorem:

$$q_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0}+1}^{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} [x_{X,c}^0(n) - y_{X,c}^0(n)] t_{X,c} [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}. \quad (3.19)$$

Średnia długość kolejki całego zasobu wtórnego dla wszystkich klas  $c$  (wyrażona w JA) może więc zostać wyznaczona jako:

$$q^0 = \sum_{n=\frac{V^0}{Z_0}+1}^{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0} \left( n - \frac{V^0}{Z_0} \right) [P_n]_{\frac{V^0}{Z_0}+Q^0}. \quad (3.20)$$

Średni czas oczekiwania zgłoszenia klasy  $c$  w kolejce zasobu wtórnego może zostać wyznaczony na podstawie odpowiednio zmodyfikowanego wzoru (3.18):

$$T_{X,c}^0 = \frac{q_{X,c}^0 a^0}{t_{X,c}} \left( \lambda_{X,c}^0 \right)^{-1}. \quad (3.21)$$

### 3.3 Ogólny model systemu przelewowego z kompresją progową, bezprogową oraz kolejkami

Duża dokładność opracowanych przez autora rozprawy modeli systemów przelewowych z kompresją bezprogową, kompresją progową oraz kolejkami pozwoliła na zaproponowanie dalszej integracji stosowanych metod. W ten sposób, zaproponowany został przez autora ogólny model systemów, w których wykorzystywano jednocześnie mechanizmy kompresji (progowej, jak i bezprogowej), kolejkowanie zgłoszeń oraz przelewu ruchu.

Działanie takiego systemu z wieloma mechanizmami zarządzania ruchem, któremu oferowane są klasy ruchu typu Erlanga-Engseta-Pascala, jest następujące. W zasobach pierwotnych, w przypadku występowania kompresji progowej ustalonej dla danej klasy  $c$  typu  $X$  ( $X \in \{Er, En, Pa\}$ ), wraz ze wzrostem zajętości zasobu  $n$  i przejściem do obszaru poprogowego  $q$ , zmianie ulega wielkość przydzielanych zasobów  $t_{X,c,q}^s$ , a w przypadku klas z ruchem elastycznym dodatkowo następuje wydłużenie czasu ich obsługi  $\frac{1}{\mu_{X,c,q}^s}$ . Dalszy wzrost zajętości zasobu prowadzi do zastosowania kompresji bezprogowej (dla nowych oraz aktualnie obsługiwanych zgłoszeń), której granica określana jest przez stosunek pojemności wirtualnej do rzeczywistej  $\frac{V_v^s}{V_r^s}$ . Przekroczenie dostępnej pojemności wirtualnej  $V_v^s$ , dla zasobu z kolejką  $Q^s$ , powoduje umieszczenie w niej nowego zgłoszenia, w oczekiwaniu na zakończenie obsługi aktualnie obsługiwanych zgłoszeń w zasobie. Zgłoszenie przechowywane w kolejce zajmuje liczbę jednostek alokacji zgodną z pierwotną wartością żądania. Wynika to z faktu, że zgłoszenie oczekujące w kolejce nie jest obsługiwane, więc nie może być poddawane kompresji. Dopiero przekroczenie pojemności wirtualnej zasobu  $V_v^s$  oraz dołączonej do niego kolejki  $Q^s$  powoduje przelew oferowanego zgłoszenia na zasoby wtórne. Zgłoszenia trafiające na zasoby wtórne podlegają mechanizmom kształtowania ruchu w taki sam sposób jak na zasobach pierwotnych.

Podsumowując przedstawiony model, po uwzględnieniu definicji średnich wartości natężenia ruchu dla klas typu Erlanga-Engseta-Pascala, rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów pierwotnych można zapisać następująco:

$$\begin{aligned}
 [P_n]_{V_v^s+Q^s} = & \frac{1}{\min(n, V_r^s)} \left( \sum_{i=1}^{m_{Er}} \sum_{q=0}^{q_i} A_{Er,i,q}^s t_{Er,i,q}^s \delta_{Er,i,q}^s [P_{n-t_{Er,i,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} \right. \\
 & + \sum_{j=1}^{m_{En}} \sum_{q=0}^{q_j} N_{En,j}^s \alpha_{En,j,q}^s \sigma_{En,j,q}^s (n - t_{En,j,q}^s) t_{En,j,q}^s \delta_{En,j,q}^s [P_{n-t_{En,j,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{m_{Pa}} \sum_{q=0}^{q_k} S_{Pa,k}^s \beta_{Pa,k,q}^s \sigma_{Pa,k,q}^s (n - t_{Pa,k,q}^s) t_{Pa,k,q}^s \delta_{Pa,k,q}^s [P_{n-t_{Pa,k,q}^s}]_{V_v^s+Q^s} \right). \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Poziomy obszarów progowych w zasobach systemu definiowane są w taki sposób, by blokada występowała jedynie w ostatnim z nich ( $q_c$ ), dlatego prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$  można zapisać jako:

$$E_{X,c}^s = \sum_{n=(V_v^s+Q^s)-t_{X,c,q_c}^s+1}^{V_v^s+Q^s} [P_n]_{V_v^s+Q^s}. \quad (3.23)$$

Rozkład prawdopodobieństwa zajętości zasobów wtórnych rozważanego systemu można zapisać jako:

$$[P_n]_{\frac{V_v^0}{Z_0}+Q^0} = \frac{1}{\min(n, \frac{V_r^0}{Z_0})} \sum_{c=1}^m \sum_{q=0}^{q_c} \frac{R_{X,c}}{Z_{X,c}} t_{X,c,q}^0 \delta_{X,c,q}^0 (n - t_{X,c,q}^0) \zeta_{X,c,q}^0 [P_{n-t_{X,c,q}^0}]_{\frac{V_v^0}{Z_0}+Q^0}. \quad (3.24)$$

Prawdopodobieństwo blokady klasy  $c$  typu  $X$  ( $X \in \{Er, En, Pa\}$ ) występujące w zasobie wtórnym można zapisać jako:

$$E_{X,c}^0 = \sum_{n=\frac{V_v^0}{Z_0}+Q^0-t_{X,c,qc}+1}^{\frac{V_r^0}{Z_0}+Q^0} [P_n] \frac{V_v^0}{Z_0}+Q^0. \quad (3.25)$$

### 3.4 Weryfikacja dokładności przedstawionych modeli

Dokładność przedstawionych w pracy analitycznych modeli systemów przelewowych z dodatkowymi mechanizmami kształtowania ruchu z obsługą wielosługowego ruchu przez pełnodostępne zasoby pierwotne i wtórne została zweryfikowana w wyniku porównania rezultatów analitycznych z wynikami eksperymentów symulacyjnych. Prezentowane wyniki eksperymentów symulacyjnych uzyskano w wyniku pięciu serii symulacji, po 1000000 zgłoszeń każda, dla wartości natężenia ruchu oferowanego pojedynczej jednostce alokacji zasobu pierwotnego z zakresu 0,5 – 2,5 Erlanga z uwzględnieniem przedziałów z 95-procentowym poziomem ufności wyznaczonych według rozkładu  $t$  - Studenta. Dokładna analiza wyników przedstawiona została w rozprawie.

W tabeli 3.1 przedstawiony został wielosługowy system (nr 2<sub>BE</sub>) przelewowy z bezprogową kompresją ruchu elastycznego, a porównanie modelu analitycznego z wynikami symulacyjnymi przedstawiono na wykresie 3.1. W tabeli 3.2 przedstawiony został wielosługowy system przelewowy z progową kompresją ruchu adaptacyjnego (nr 5<sub>PA</sub>) oraz elastycznego (nr 5<sub>PE</sub>) – wykresy 3.2, 3.3. W tabeli 3.3 przedstawiony został wielosługowy system kolejkowy z przelewem ruchu (nr 3<sub>Q,0,80,0</sub>), dla którego określono prawdopodobieństwo blokady, średnią długość kolejek oraz średni czas oczekiwania zgłoszeń w kolejkach – wykresy 3.4, 3.5, 3.6. Ogólny model systemu przelewowego z kompresją progową, bezprogową oraz kolejkami przedstawiono w tabeli 3.4 – wykresy 3.7, 3.8.

TABELA 3.1: Wielosługowy system przelewowy nr 2<sub>BE</sub>

System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 2 <sub>BE</sub>	$V_r^1 = 100$ JA	$t_{Er,1} = 5$ JA	
	$V_v^1 = 120$ JA	$t_{En,2} = 4$ JA	$N_{En,2} = 80$
		$t_{Pa,3} = 6$ JA	$S_{Pa,3} = 50$
	$V_r^0 = 50$ JA, $V_v^0 = 70$ JA		

TABELA 3.2: Wielosługowy system przelewowy nr 5<sub>PA</sub> oraz nr 5<sub>PE</sub>

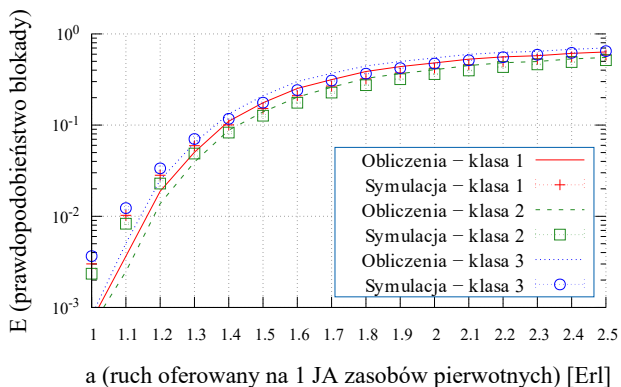
System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$	
nr 5 <sub>PA</sub> nr 5 <sub>PE</sub>	$V_r^1 = 80$ JA	$t_{Er,1} = 3$ JA		$Q_{Er,1,1}^1 = 60$	$t_{Er,1,1}^1 = 2$ JA	
		$t_{En,2} = 4$ JA	$N_{En,2} = 70$			
		$t_{Pa,3} = 5$ JA	$S_{Pa,3} = 100$	$Q_{Pa,3,1}^1 = 56$	$t_{Pa,3,1}^1 = 4$ JA	
	$V_r^2 = 60$ JA	$t_{Er,4} = 6$ JA			$Q_{Pa,3,2}^1 = 70$	$t_{Pa,3,2}^1 = 2$ JA
					$Q_{Er,4,1}^1 = 40$	$t_{Er,4,1}^1 = 4$ JA
		$t_{En,5} = 2$ JA	$N_{En,5} = 65$	$Q_{Er,4,2}^1 = 50$	$t_{Er,4,2}^1 = 2$ JA	
	$V_r^0 = 50$ JA				$Q_{En,5,1}^1 = 50$	$t_{En,5,1}^1 = 1$ JA
					$Q_{Er,1,1}^0 = 38$	$t_{Er,1,1}^0 = 2$ JA
					$Q_{En,2,1}^0 = 38$	$t_{En,2,1}^0 = 3$ JA
					$Q_{Pa,3,1}^0 = 38$	$t_{Pa,3,1}^0 = 4$ JA
					$Q_{Er,4,1}^0 = 30$	$t_{Er,4,1}^0 = 4$ JA
					$Q_{Er,4,2}^0 = 40$	$t_{Er,4,2}^0 = 2$ JA
			$Q_{En,5,1}^0 = 40$	$t_{En,5,1}^0 = 1$ JA		

TABELA 3.3: Wielosługowy system przelewowy nr 3<sub>Q,0,80,0</sub>

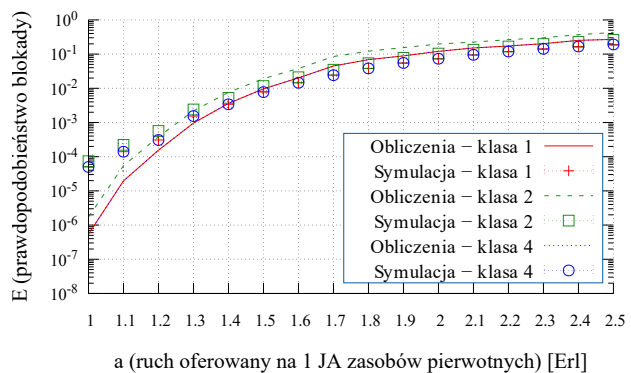
System	Zasób	Żądania	Źródła
nr 3 <sub>Q,0,80,0</sub>	$V^1 = 120$ JA	$t_{Er,1} = 8$ JA	
		$t_{En,2} = 6$ JA	$N_{En,2} = 50$
		$t_{Pa,3} = 4$ JA	$S_{Pa,3} = 80$
	$V^2 = 50$ JA $Q^2 = 80$ JA $V^0 = 50$ JA	$t_{Er,4} = 3$ JA	
		$t_{Pa,5} = 5$ JA	$S_{Pa,5} = 60$

TABELA 3.4: Wielosługowy system przelewowy nr 3<sub>All</sub>

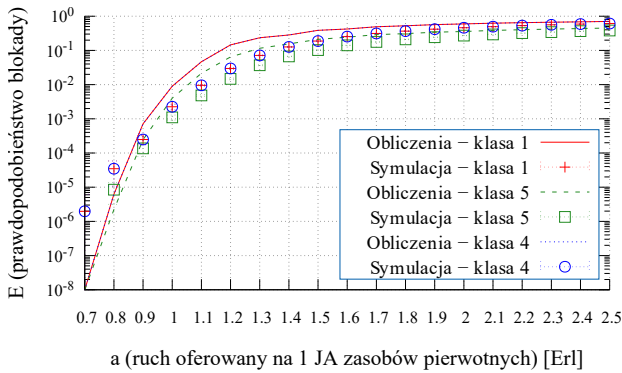
System	Zasób	Żądania	Źródła	Próg $Q_{X,c,q}^s$	Żądania $t_{X,c,q}^s$
nr 3 <sub>All</sub>	$V_r^1 = 150$ JA $V_v^1 = 180$ JA $Q^1 = 20$ JA	$t_{Er,1} = 6$ JA		$Q_{Er,1,1,PE}^1 = 90$	$t_{Er,1,1,PE}^1 = 4$ JA
					$Q_{Er,1,2,PE}^1 = 130$
		$t_{Pa,2} = 4$ JA $t_{En,3} = 3$ JA	$S_{Pa,2} = 140$	$Q_{Pa,2,1,PA}^1 = 120$	$t_{Pa,2,1,PA}^1 = 3$ JA
			$N_{En,3} = 170$	$Q_{En,3,1,PE}^1 = 110$	$t_{En,3,1,PE}^1 = 2$ JA
	$V_r^0 = 40$ JA $V_v^0 = 60$ JA $Q^0 = 20$ JA			$Q_{En,3,2,PE}^1 = 130$	$t_{En,3,2,PE}^1 = 1$ JA
				$Q_{Er,1,1,PE}^0 = 20$	$t_{Er,1,1,PE}^0 = 4$ JA
				$Q_{Er,1,2,PE}^0 = 30$	$t_{Er,1,2,PE}^0 = 2$ JA
				$Q_{Pa,2,1,PA}^0 = 28$	$t_{Pa,2,1,PA}^0 = 3$ JA
				$Q_{En,3,1,PE}^0 = 24$	$t_{En,3,1,PE}^0 = 2$ JA
				$Q_{En,3,2,PE}^0 = 30$	$t_{En,3,2,PE}^0 = 1$ JA



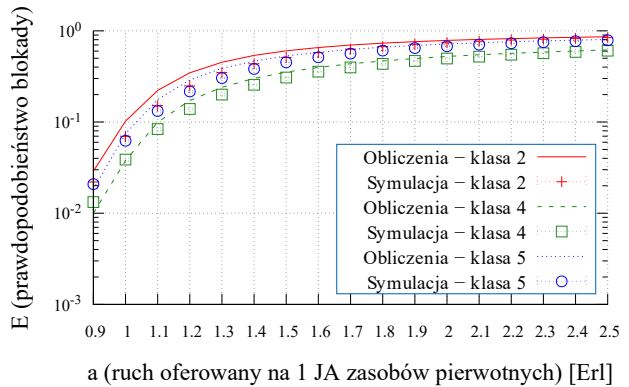
RYSUNEK 3.1: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 2<sub>BE</sub> z obsługą ruchu elastycznego.



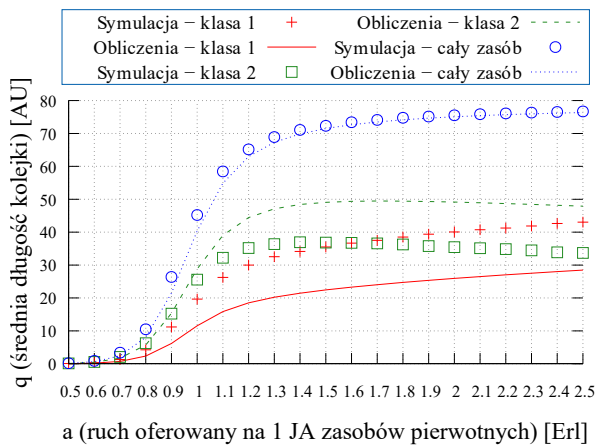
RYSUNEK 3.2: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr 5<sub>PA</sub> z kompresją progową ruchu adaptacyjnego.



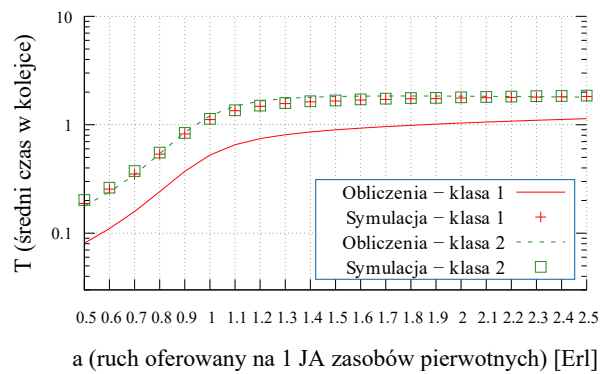
RYSUNEK 3.3: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych, system przelewowy nr  $5_{PE}$  z kompresją progową ruchu elastycznego.



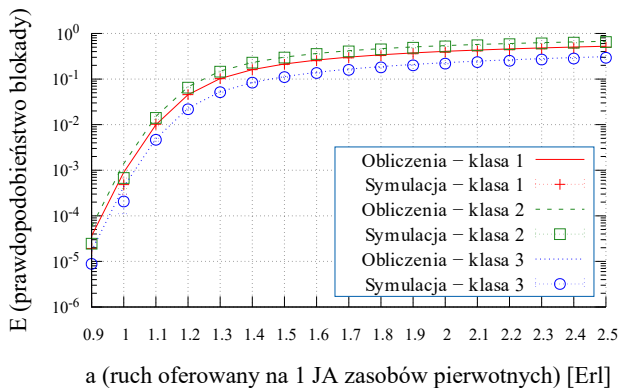
RYSUNEK 3.4: Prawdopodobieństwo blokady w zasobach wtórnych systemu kolejkowego nr  $3_{Q,0,80,0}$ .



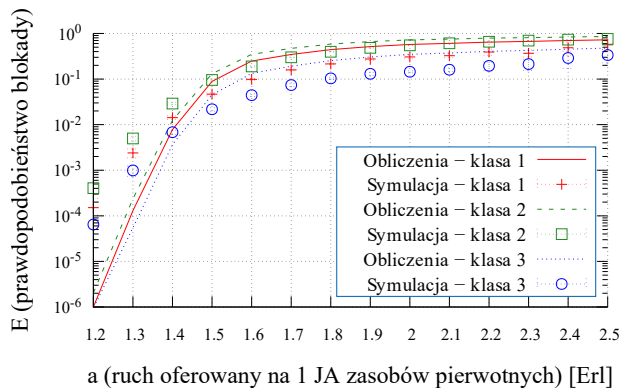
RYSUNEK 3.5: Średnia długość kolejek klas ruchu zasobu pierwotnego  $V^2$ , system przelewowy nr  $3_{Q,0,80,0}$ .



RYSUNEK 3.6: Średni czas oczekiwania zgłoszeń klas ruchu zasobu pierwotnego  $V^2$ , system przelewowy nr  $3_{Q,0,80,0}$ .



RYSUNEK 3.7: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach pierwotnych, system przelewowy nr  $3_{All}$ .



RYSUNEK 3.8: Prawdopodobieństwo blokady klas ruchu w zasobach wtórnych, system przelewowy nr  $3_{All}$ .



## Rozdział 4

### Symulator systemów kolejkowych z przelewem ruchu

Symulacja komputerowa jest narzędziem pozwalającym na wykonywanie eksperymentów w środowisku wirtualnym będącym odwzorowaniem działania istniejącego lub projektowanego systemu rzeczywistego. Symulator jest narzędziem analizy reprezentującym wzajemnie oddziałujące elementy systemu w postaci programu komputerowego. Symulacja komputerowa sprawdza się wszędzie tam, gdzie weryfikowanie założeń projektowych w rzeczywistym systemie byłoby ekonomicznie nieuzasadnione. Budowa systemu rzeczywistego w przypadku sieci telekomunikacyjnych, nawet w przypadku małych sieci, wiązałaby się z długim czasem realizacji oraz wysokimi kosztami.

Analiza dokładności opracowanych w ramach rozprawy modeli analitycznych, przeprowadzona została za pomocą badań symulacyjnych. W tym celu autor rozprawy zaprojektował symulator będący odwzorowaniem działania systemu telekomunikacyjnego oraz realizujący wdrażane założenia. Program został zaimplementowany w języku programowania C# na platformie programistycznej *Microsoft .NET* z interfejsem zaprojektowanym w strukturze WPF (ang. Windows Presentation Foundation) w języku XAML (ang. eXtensible Application Markup Language). Projekt został wykonany zgodnie z architekturą wzorca MVVM (ang. Model-View-ViewModel) z rozdziałem budowy interfejsu od kodu funkcjonalnego.

Podstawowym elementem badanego systemu telekomunikacyjnego jest wielousługowy zasób pełnodostępny, któremu oferowane są niezależne strumienie ruchu typu Erlanga, Engseta oraz Pascala. Obsługa zdarzeń realizowana jest poprzez symulację dyskretną z czasem ciągłym, co oznacza, że aktywność źródeł, a także zajętość zasobów zmieniają się w sposób skokowy w dowolnych momentach czasu. Pomędzy tymi momentami stan systemu się nie zmienia. Do organizacji zdarzeń w zakładany sposób wykorzystana została metoda planowania zdarzeń. Przyjęcie zgłoszenia do obsługi przez zasób jest zdarzeniem warunkowym, ponieważ zależy od stanu aktualnie wolnych zasobów systemu, natomiast zakończenie jego obsługi jest zdarzeniem czasowym, ponieważ zwalnianie zasobów, nie wymaga spełnienia dodatkowych warunków. Podstawą działania metody jest uporządkowana w czasie lista nadchodzących zdarzeń w postaci nowych zgłoszeń do systemu oraz momentów zakończeń obsługi zgłoszeń. Tak prowadzona lista uwzględnia jedynie zależność od czasu. Parametry zgłoszenia danej klasy, takie jak typ czy żądania, sprawdzane są w momencie jego wystąpienia. Wtedy też, na podstawie aktualnego stanu zajętości systemu, następuje decyzja o przyjęciu zgłoszenia do obsługi. Rozpoczęcie obsługi powoduje zajęcie zasobów oraz losowanie czasu wystąpienia zakończenia obsługi. Wystąpienie zdarzenia zakończenia obsługi powoduje zwolnienie zasobów systemu. Dodanie nowego elementu na liście wywołuje jej ponowne posortowanie względem czasu. Symulowany system obsługuje zawsze

najbliższe zdarzenie, a po wykonaniu zadań z nim związanych następuje jego usunięcie z listy. Czas reprezentowany jest w postaci wartości względnych w postaci czasu pozostałego do wystąpienia zdarzenia. Po przejściu do najbliższego elementu listy, aktualny czas systemowy jest zwiększany o zapisaną wartość czasu do zdarzenia, a następnie zmniejszane są o nią czasy wszystkich zdarzeń na liście, przez co w aktualnie obsługiwanym zdarzeniu wartość ta zawsze wynosi zero.

Symulator pozwala na stosowanie wszystkich mechanizmów kształtowania ruchu jednocześnie lub na ich dowolne konfiguracje. Zgłoszenia oferowane pojedynczemu zasobowi podlegają kompresji progowej, dopiero zajętość wszystkich zasobów rzeczywistych pozwala na skorzystanie z zasobów wirtualnych podczas realizacji obsługi. W przypadku braku dostępnych zasobów rzeczywistych oraz wirtualnych zgłoszenie może trafić do kolejki. Wielkości przydzielanych JA do obsługi zgłoszeń wychodzących z kolejki realizowane jest zgodnie z progami ustalonymi przez kompresję progową. Zajętość wszystkich zasobów rzeczywistych, wirtualnych oraz kolejki skutkuje realizacją przelewu zgłoszenia oferowanego systemowi.

## Rozdział 5

### Podsumowanie

W pracy podjęto rozważania dotyczące wielosługowych systemów przelewowych, w których uwzględniono dodatkowe mechanizmy zarządzania ruchem, zarówno w pierwotnych, jak i wtórnych zasobach systemów telekomunikacyjnych. Jako podstawę do modelowania systemów z przelewem ruchu zastosowano w pracy uogólnienie metody Fredericksa-Haywarda, gdyż cechuje się ona wysoką dokładnością przy jednoczesnym zachowaniu niskiej złożoności obliczeniowej. Modelowanie ruchu przelewowego w systemach wielosługowych z obsługą zgłoszeń klas ruchu Erlanga-Engseta-Pascala zostało oparte na zaproponowanej przez autora nowej metodzie wyznaczania parametrów tego ruchu z wykorzystaniem kryterium dopasowania prawdopodobieństwa blokady. Zaproponowana metoda zapewnia wyższą dokładność modelowania ruchu przelewowego niż metody znane w literaturze przedmiotu. Wśród rozpatrywanych mechanizmów zarządzania ruchem, wprowadzonych we wszystkich zasobach systemu, zastosowano kolejko-  
wanie zgłoszeń, bezprogową kompresję ruchu elastycznego oraz progową kompresję ruchu elastycznego i adaptacyjnego.

Celem rozprawy było opracowanie modeli analitycznych oraz symulacyjnych wielosługowych systemów przelewowych z wymienionymi mechanizmami zarządzania ruchem oraz zbadanie wpływu mechanizmu przelewu ruchu na obciążalność takich systemów. W rozprawie przedstawiono metody pozwalające określić charakterystyki ruchowe strumieni, na poszczególnych etapach ich obsługi, w systemach przelewowych z każdym z rozważanych mechanizmów zarządzania ruchem z osobna, a także przedstawiono ogólny model pozwalający na uwzględnienie wszystkich mechanizmów jednocześnie dla wybranych zasobów oraz klas. Dodatkowo przedstawione zostały metody wyznaczania prawdopodobieństwa blokady oraz parametrów kolejek (średniej długości oraz czasu oczekiwania) wielosługowych zasobów pierwotnych oraz wtórnych systemów przelewowych.

Najważniejsze rezultaty rozprawy można podsumować następująco:

- Opracowano nowy model wielosługowego systemu przelewowego z ruchem Erlanga-Engseta-Pascala zapewniający wzrost dokładności określania parametrów ruchu spływającego.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego Erlanga-Engseta-Pascala z kompresją bezprogową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano model wielosługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego Erlanga-Engseta-Pascala z kompresją progową w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.

- Opracowano model wielousługowego systemu przelewowego z ruchem Erlanga-Engseta-Pascala oraz kolejkowaniem zgłoszeń w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano model wielousługowego systemu przelewowego ruchu elastycznego oraz adaptacyjnego Erlanga-Engseta-Pascala z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami kompresji progowej i bezprogowej w zasobach pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano metody wyznaczania średniego czasu oczekiwania zgłoszeń w kolejkach zasobów pierwotnych oraz wtórnych.
- Opracowano metody wyznaczania średniej długości kolejki wspólnej dla wszystkich klas ruchu oraz kolejek indywidualnych dla poszczególnych klas zgłoszeń, zarówno w zasobach pierwotnych, jak i wtórnych.

Ocena dokładności proponowanych metod przeprowadzona została z wykorzystaniem autorskich programów symulacyjnych oraz obliczeniowych. Wyniki uzyskiwane na podstawie proponowanych w pracy modeli analitycznych zestawiano z rezultatami przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych. Przeprowadzone badania potwierdziły wysoką dokładność proponowanych metod, co pozwoliło udowodnić postawioną w pracy tezę o treści: *Możliwe jest opracowanie efektywnych modeli analitycznych wielousługowych systemów przelewowych z kolejkowaniem zgłoszeń oraz mechanizmami bezprogowej i progowej kompresji.*

Podsumowując, opracowane w pracy metody, oparte na podejściu Fredericksa-Haywarda, pozwalają na wyznaczenie charakterystyk ruchowych zasobów, którym oferowane są strumienie ruchu wielousługowego o dowolnej wartości współczynnika  $Z$ . Potwierdza to uniwersalność proponowanych metod oraz możliwość ich dalszego rozszerzania, np. na systemy przelewowe z niepełnodostępnymi zasobami.